ГЛАВА 1

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ — ЭТО ПОИСК

> Если вы не можете перейти из данной ситуации к желаемой исключительно посредством действия, это значит, что пора начинать думать[1].
>
> *Карл Дункер, психолог*

- Как люди решают сложные задачи?
- Существуют ли общие методы, подходящие для решения *любых* задач?
- Как мы решаем задачи, которые до нас никто никогда не решал?

«Я нашел этому поистине чудесное доказательство, но поля книги слишком узки для него». Одним этим предложением Пьер Ферма создал загадку, над которой более трех столетий ломали голову математики. Она завела в тупик великого Леонарда Эйлера: почти через век после смерти загадочного ученого он обыскал его старый дом, надеясь найти там хоть какой-нибудь обрывок доказательства[2]. Головоломка также обманула математиков Огюстена Коши и Габриеля Ламе, которые заявили было, что нашли ответ, но позже в их логике обнаружили фатальный изъян[3]. Немецкий промышленник Пауль Вольфскель даже назначил премию в сто тысяч марок для того, кто разрешит эту загадку[4]. Тем не менее, несмотря на все усилия, доказательство Великой теоремы Ферма оставалось тайной.

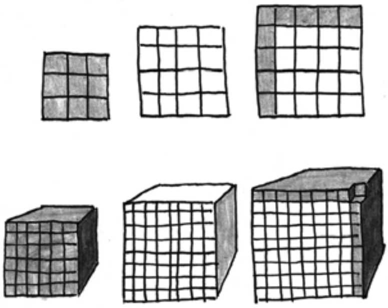

Рис. 2. Два квадрата можно сложить и получить еще один квадрат: $3^2 + 4^2 = 5^2$. А вот из двух кубов точный куб не составить. Здесь, например, $6^3 + 8^3 = 9^3 - 1$

Утверждение Ферма легко понять, пусть и нелегко доказать. Из теоремы Пифагора нам известно, что в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов: $a^2 + b^2 = c^2$. Поиграв с этим выражением, можно подобрать целые числа, которые удовлетворяют этому условию. Например, 3, 4 и 5 (9 + 16 = 25) или 5, 12 и 13 (25 + 144 = 169). На самом деле таких «пифагоровых троек» существует бесконечное количество; их так назвали потому, что это доказал еще сам древнегреческий математик. Но что, если изменить выражение и подставить в него вместо квадратов кубы? Получится ли тогда найти три подходящих целых числа? Ферма утверждал, что нельзя. Более того, он считал, что это невозможно для любой степени больше второй. Математическим языком, по словам Ферма, уравнение $a^n + b^n = c^n$ не имеет целочисленных решений для любого n больше 2.

Эндрю Уайлс впервые услышал о загадочной Великой теореме Ферма в десять лет. «Она казалась такой простой, но ее не смог решить никто из великих математиков в истории, — вспоминал он. — В тот момент я понял, что никогда не отступлюсь»[5].

Уайлс отучился в школе, затем в Кембриджском университете, где специализировался на разделе математики, известном как эллиптические кривые. Делая карьеру, Уайлс не выпускал из виду последнюю загадку Ферма. Однако он, как и многие другие математики, тоже не видел никакого пути к доказательству.

Все изменилось в 1984 году. Ученый Герхард Фрей предположил неожиданную связь между Великой теоремой Ферма и знаменитой гипотезой, выдвинутой дуэтом японских ученых[6] Ютакой Таниямой и Горо Шимурой. Они заявили, что две с виду очень далекие друг от друга ветви математического дерева на самом деле тесно переплетены: по их мнению, у любой модулярной формы имелась соответствующая эллиптическая кривая. Это предположение стало настоящей «рабочей лошадкой» для математиков тех лет — во многих научных работах по умолчанию подразумевалось, что она верна. Тем не менее это было лишь подозрение. Фрей же предположил нечто еще более неожиданное: если верна гипотеза Таниямы — Шимуры, то верна и Великая теорема Ферма. Уайлс, уже ставший тогда специалистом по эллиптическим кривым, наконец-то нашел путь к реализации своей детской мечты: нужно было всего лишь доказать, что догадка Таниямы и Шимуры верна.

Он решил работать в обстановке полной секретности. Накопив определенный объем материала, ученый стал публиковать его не спеша, в серии статей, чтобы создать впечатление, будто по-прежнему работает над старыми проектами. Уайлс перестал ездить на конференции и до минимума сократил преподавательские обязанности. Все время на работе и не посвященное семье он работал над доказательством. Также ученый применил рискованную стратегию: полностью изолировался от помощи коллег, утверждая, что одиночество помогает ему лучше сосредоточиться. На самом деле он, скорее всего, отлично осознавал, что, работая над задачей в одиночку, не будет вынужден ни с кем конкурировать, если откроет доказательство.

Первые полтора года Уайлс провел в библиотеке, изучая все математические материалы, как-либо связанные с модулярными формами и эллиптическими кривыми. Словно искатель приключений, входящий в джунгли, которых нет на карте, он решил вооружиться всеми возможными инструментами. Проштудировав основы, он начал самостоятельно исследовать математический аппарат в поисках закономерностей, которые привели бы его к доказательству. После двух лет такой работы он добился прорыва: нашел способ продемонстрировать, что первый элемент каждой модулярной формы связан с первым элементом каждой эллиптической кривой. Оставалось «всего лишь» разобраться с остальной бесконечностью составляющих.

Застряв в тупике, Уайлс обратился за помощью к коллегам, тщательно скрывая природу своего проекта: не слышали ли они о каких-нибудь неопубликованных математических работах, не замеченных им? Тогда его старый наставник Джон Коутс упомянул работу одного из своих учеников, Матиаса Флаха*, который углубил методику другого математика, Виктора Колывагина. «Я почувствовал: это ровно то, что нужно, — вспоминал позже Уайлс, — хотя и знал, что мне придется дальше разрабатывать этот метод Колывагина — Флаха»[7].

Уайлс был уже близок к разгадке, но ему «пришлось иметь дело с множеством сложных механизмов», с которыми он «не был особенно знаком. Ученый с головой погрузился в алгебру, что вынудило его выучить много нового математического материала»[8]. Тогда он наконец решил нарушить молчание. Доверившись своему другу и коллеге-математику Нику Кацу, Уайлс

* Матиас Флах — немецкий ученый, профессор, заведующий кафедрой математики в Калифорнийском технологическом институте. *Прим. ред.*

получил необходимые подсказки, чтобы завершить доказательство. После семи лет работы он добился успеха там, где другие триста лет терпели неудачу.

«Это был самый важный момент моей рабочей жизни, — вспоминал Уайлс в документальном фильме о своем триумфе, снятом BBC. — Ничто из моих будущих достижений уже не будет настолько же важным»[9].

КАК ЛЮДИ РЕШАЮТ СЛОЖНЫЕ ЗАДАЧИ

Очень немногие задачи настолько же сложны, как Великая теорема Ферма. Тем не менее история Эндрю Уайлса многое говорит о способе мышления, который помогает справляться с трудностями. В 1972 году когнитивные психологи Герберт Саймон и Аллен Ньюэлл издали эпохальную книгу Human Problem Solving (Как человек решает задачи), в которой исследовали эти мыслительные процессы. Они попросили участников своих экспериментов рассказать, о чем те думают, когда решают задачи, а затем, сравнив их результаты с эталоном, скрупулезно описали, как люди справляются со сложными головоломками. Их открытия стали отправной точкой для множества новых исследований и десятилетиями применялись в таких разных областях, как шахматы, литература, наука, математика и медицина.

Центральное место в теории Саймона и Ньюэлла занимает идея, что решение задач — это поиск в задачном пространстве. Оно подобно лабиринту: вы знаете, где находитесь, и можете понять, дошли уже до конца или нет. По пути, однако, вы время от времени заходите в тупики, что ограничивает свободу передвижения. Сложность в том, что вы не можете сразу пройти к финишу — ведущий к нему извилистый путь нужно поискать.

В лабиринте задачное пространство — физическое, хотя обычно они абстрактны. Представьте, что вы собираете кубик Рубика: начальное положение — случайный набор цветов;

конечное положение — один оттенок с каждой стороны; доступные вам движения — повороты граней в разных направлениях. Здесь вы имеете дело не с буквальным пространством, а с пространством конфигураций: каждый поворот несколько изменяет состояние задачи, не решая ее. Цель тут, как и в случае с лабиринтом, состоит в том, чтобы сориентироваться в этом абстрактном пространстве и добраться от старта до финиша.

Доказательство Великой теоремы Ферма тоже представляло собой поиск в задачном пространстве. Для Уайлса отправной точкой служили ранее доказанные математические теоремы, а конечной целью было вывод, что уравнение $a^n + b^n = c^n$ не имеет целочисленных решений, если n больше двух. Трудность при этом заключалась в том, что каждое движение в задачном пространстве должно было быть корректным, основанным на предыдущих результатах. Ограничения логики работали для Уайлса как стены лабиринта, не давая ему просто написать то, что хочется. Ученому нужно было проложить сквозь извилистые коридоры математики путь к утверждению, что Ферма был прав.

Привыкнув к существованию задачных пространств, вы начнете замечать их везде. Например, ученые выискивают в них новые законы[10]. Отправная точка для них — непонятный набор данных; конечная точка — теория, которая их объясняет; решение задачи — поиск в пространстве гипотез, которые могут расшифровать данные, и в пространстве возможных экспериментов, которые могут проверить теорию. Так же архитектор, проектирующий здание, ведет поиск в задачном пространстве возможных конструкций, чтобы найти среди них ту, которая вписывается в его ограничения — цену, размер, строительные нормы, — и при этом стремится оптимизировать ее функциональную и эстетическую ценность. Даже написание этой главы тоже было процессом решения задачи: моей отправной точкой был пустой документ, а конечной целью — законченная глава, в которой объяснялись бы идеи, которые я хотел представить.

ПОЧЕМУ СЛОЖНЫЕ ЗАДАЧИ СЛОЖНЫЕ

Формулировка термина «решение задач», предложенное Саймоном и Ньюэллом, имела одно непосредственное следствие: большинство задач не решаемы. Пространство возможностей слишком огромно, чтобы найти ответ, и без использования хитроумных методов случайные догадки просто не сработают. Например, у кубика Рубика более сорока трех квинтиллионов различных комбинаций[11]. Если исследовать их все одну за другой, тратить на каждую всего секунду, это займет время, в пять тысяч раз превышающее возраст Вселенной. А вот перед Эндрю Уайлсом стояла задача проложить курс в куда более необъятных водах: компьютерную программу, которая механически соберет кубик Рубика, написать возможно, но вот создать — даже в принципе — устройство, которое сможет доказать любую математическую гипотезу, нереально. Математик, вооруженный ограниченными знаниями, вынужден ориентироваться в неограниченном море цифр и переменных, не имея гарантии, что сможет безопасно добраться до берега. Сам Уайлс хорошо понимал возможность неудачи: «Методов, которые были необходимы мне для доказательства, еще не изобрели. Поэтому вполне вероятно, что я был на верном пути, просто родился не в то время».

Если большинство задачных пространств слишком огромны, чтобы их можно было полностью обыскать, то как же мы справляемся? Ответ Саймона был следующим: мы *довольствуемся минимумом (satisfice)*. Вместо того чтобы искать лучшее возможное решение, человек выбирает то, что считает достаточно хорошим. Например, руководитель компании не изучает абсолютно всю информацию и не учитывает все возможности, прежде чем принять неотложное деловое решение, — он перебирает варианты, пока не найдет среди них приемлемый, учитывая свое ограниченное время и внимание. Но у довольствования минимумом есть два больших недостатка. Во-первых, выбрав «достаточно хороший» вариант, мы рискуем никогда не узнать, какой был лучшим. Для уникальных задач это, пожалуй, не проблема, но если нам придется сталкиваться с одной и той же задачей снова и снова, то склонность выбирать то, что сработает «прямо сейчас», может в итоге ограничить наш прогресс. Например, человек, который печатает на клавиатуре одним пальцем, ища взглядом каждую букву, в целом справляется со своей задачей, но из-за этого ему труднее научиться слепому методу печати. Во-вторых, найти даже просто приемлемое решение может быть очень сложно. Так, Уайлс в своих поисках мог довольствоваться минимумом в элегантности или длине доказательства, но точно не в математической строгости. Доказательство, несуразное внешне или слишком многословное, было бы для него удовлетворительным, а вот то, которое нарушало бы правила логики, — нет.

Кроме снижения стандартов, есть и другой способ убавить трудность задачи: использовать знания так, чтобы направить поиск в более плодотворном направлении. При этом апогеем может стать то, что задача вообще не потребует решения: например, мне не нужно проводить поиски в задачном пространстве, чтобы решить пример 5 + 7 — я просто помню, что ответ — 12. Именно поэтому наша повседневная жизнь по большей части свободна от проблем, ведь ключи к ним мы храним в памяти. Вождение машины, запись к врачу или стирка белья не составляют труда для большинства взрослых людей, потому что они отлично помнят, какой путь ведет к решению. Однако вы, возможно, еще помните те времена, когда запуск стиральной машины казался для вас настоящей загадкой: куда класть порошок? Какую одежду можно стирать вместе, а какую — ни в коем случае? Опыт превращает задачи в рутину.

В некоторых случаях память может подсказать метод, даже если не даст точного ответа. Например, я не помню, сколько будет 128 + 47, однако, следуя правилам сложения многозначных чисел, которым научился в начальной школе, легко найду ответ — 175. Но не у всех задач алгоритмы настолько удобны, и когда-то это стало для математиков большим сюрпризом. В 1900 году ученый Давид Гильберт составил список из двадцати трех проблем, которые, как он надеялся, должны были разрешиться в ближайшие сто лет. Одной из них как раз был поиск алгоритма, который смог бы определить, имеют ли уравнения, подобные Великой теореме Ферма, целочисленные решения. И вот спустя семьдесят лет математики доказали, что такого алгоритма быть не может![13] Для других задач есть метод, который гарантированно найдет решение, но он не сильно лучше, чем перебор абсолютно всех возможностей. Именно к такому классу принадлежат судоку, шахматы и даже «Тетрис»[i]. Таким образом, наш опыт обучения в школе может быть обманчив, потому что подавляющее большинство задач в реальной жизни не имеют метода решения, гарантирующего правильный ответ.

Однако даже если метод не может обещать решения, он все равно способен уменьшить объем поисков. Эвристика не дает гарантий, но во многих случаях работает неплохо. Например, при технических проблемах один из возможных эвристических методов — выключить устройство и снова включить его. Он не всегда дает нужный результат, но в удивительно многих случаях в самом деле помогает. Так, у Уайлса не было никакого готового алгоритма, который он мог бы применить: опровержение десятой задачи Хильберта показало, что его не существует, — но у него было достаточно эвристических методов, которые он изучил за время учебы и математической практики. Например, применение доказательства по индукции — это довольно общая математическая стратегия для подтверждения того, что некое свойство имеется у бесконечного количества элементов. Все, что для этого нужно сделать, — показать, что первый элемент обладает этим свойством, а затем, что оно не меняется при переходе к следующему. Этот трюк похож на сбивание ряда из костяшек домино: вы доказываете, что некая гипотеза истинна для бесконечного количества элементов, не проводя бесконечного числа проверок. Такой эвристический метод оказался для Уайлса ценнейшим способом связать каждый элемент эллиптической кривой с каждым элементом модулярной формы.

Еще один популярный математический эвристический метод — поиск инвариантов. Если вы находите в задаче что-то, что не меняется, как ни меняй условий, то можете избежать длительных поисков в задачном пространстве. Рассмотрим, например, загадку с подпиленной шахматной доской: в ней спрашивается, можно ли полностью замостить костяшками домино шахматную доску, у которой отпилены верхнее левое и правое нижнее поля[14].

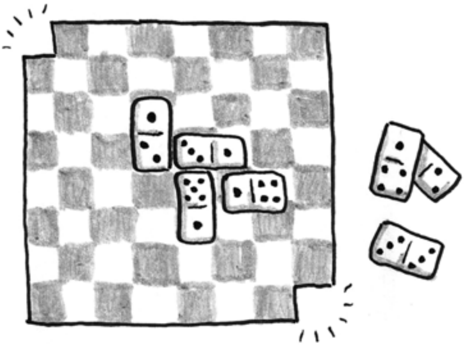

Рис. 3. Можно ли полностью замостить подпиленную шахматную доску костяшками домино?

Учитывая, что на доске остается 62 поля, а каждая костяшка домино покрывает 2, на первый взгляд кажется, что решение задачи потребует длительных поисков. Можно перепробовать самые разные комбинации из 31 костяшки домино, чтобы проверить, выйдет ли их разместить на шахматной доске или нет. Однако если вы достаточно умны, то можете для начала поискать инвариант. Один из инвариантов этой задачи состоит в том, что костяшка домино, как ни клади ее на доску, всегда покрывает одно черное и одно белое поле. После того как мы поймем, что от доски отпилили два белых поля, сразу станет ясно, что замостить ее костяшками домино нельзя — одна из костяшек должна будет лежать на двух черных полях, а мы только что доказали, что это невозможно. Применение правильного эвристического метода избавило нас от длительных поисков.

Доказательство по индукции и поиск инвариантов часто используются в математике и логике. Тем не менее они работают только в довольно небольшом диапазоне задач относительно всего того, с чем мы можем столкнуться в реальной жизни: так, понимание математической индукции никак не поможет написать портрет или создать маркетинговый план. Психологи называют такие методы специфическими для предметной области, потому что они пригодны только для ограниченного круга задач. В таком случае возникает интересный вопрос: существуют ли эвристические методы или стратегии, которые работают для *многих* разных задач?

СУЩЕСТВУЕТ ЛИ СТРАТЕГИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ВСЕХ ВИДОВ?

В своем исследовании решения задач Саймон и Ньюэлл рассматривали ряд общих стратегий, которые применялись людьми для разнообразных проблем. Ученые утверждали, что они применяются в качестве резервного варианта, когда недоступны более специфические методы. Саймон и Ньюэлл считали их слабыми методами, а сильными, по их мнению, были гарантированные алгоритмы или специфические для предметной области эвристики, значительно снижающие время поисков в задачном пространстве[15]. Слабые методы включают генерацию и проверку, анализ средств и целей, планирование и «подъем на холм».

Слабый метод № 1: метод перебора

Самой базовой стратегией, использование которой наблюдали Саймон и Ньюэлл, была следующая: просто что-нибудь попробовать и посмотреть, работает ли. Например, забыв пароль от аккаунта на старом компьютере, я попробую с полдюжины паролей, которыми пользовался раньше. Если мне повезет, один из них окажется верным, и мне не нужно будет прибегать к более сложным методам решения задач. Потеряв ключи, я сначала попробую поискать в нескольких случайных местах, а потом уже начну вспоминать, куда ходил и где мог их оставить. Пытаясь сочинить эссе, я могу преодолеть «боязнь чистого листа», просто начав писать хоть что-нибудь, а потом уже это отредактирую. Случайный набор фраз, скорее всего, окажется не очень хорош, но первая мысль, пришедшая в голову, при достаточной опытности может быть и неплохой. Все это говорит о том, что у метода перебора есть очевидный недостаток: он приводит к катастрофе, если задачное пространство слишком большое. Работает это, только когда задача уже достаточно ограничена или знакома нам, чтобы простые догадки могли дать разумный ответ.

Слабый метод № 2: анализ «цели — средства»

Еще один почти универсальный способ решения задач — анализ «цели — средства». Это стратегия итерационных рассуждений: сначала находятся пробелы в задачном пространстве, а затем — возможные ходы, которыми можно закрыть эти пробелы. Рассмотрим пример, приведенный Саймоном и Ньюэллом:

> Я хочу отвезти сына в детский сад. В чем разница между тем, что у меня есть, и тем, что я хочу? В расстоянии. Что может изменить расстояние? Моя машина. Моя машина сломалась. Что нужно, чтобы машина заработала? Новый аккумулятор. Где можно взять новый аккумулятор? В автомастерской. Я хочу, чтобы в мастерской поставили в машину новый аккумулятор, но в мастерской не знают, что мне нужен новый аккумулятор. В чем проблема? Проблема в связи. Как мне с ними связаться? По телефону... и т. д.[16]

Анализ «цели — средства» работает следующим образом: сначала определяется цель, затем — разница между текущей ситуацией и желаемой, затем происходит поиск подходящего метода для устранения этой разницы. Этот алгоритм может повторяться рекурсивно, что как раз и иллюстрирует пример Саймона и Ньюэлла.

Слабый метод № 3: планирование

Еще один общий инструмент, который люди используют для решения задач, — планирование. Планирование можно считать переформулированием проблемы для перехода в более простое задачное пространство, решения ее в этом простом пространстве и последующим обобщением такого подхода для собственного задачного пространства. Например, занимаясь написанием статьи, я могу начать с плана — своеобразной упрощенной версии, где содержатся только главные мысли без подробностей. Когда меня устроит решение, найденное в плановом пространстве, я смогу руководствоваться им в дальнейших поисках в большом задачном пространстве, чтобы написать всю статью.

Слабый метод № 4: «восхождение к вершине»

Представьте, что вы оказались на большом открытом пространстве, затянутом туманом, и хотите найти самое высокое место. Одна из возможных стратегий — просто идти по самому крутому подъему. «Восхождение к вершине» — это применение похожей идеи для решения задач. Согласно ему следует начинать с примерного — даже самого неудачного — суждения, а затем постепенно вносить поправки в том направлении, которое в наибольшей степени улучшает текущее положение. В некоторых классах задач этого бывает достаточно, чтобы в конце концов добраться до оптимальной точки. Например, редактирование статьи зачастую представляет собой именно такое «восхождение к вершине»: вы одну за другой вносите в текст поправки, которые тем или иным образом улучшают качество текста в целом. С помощью этого метода также можно, например, попытаться собрать кубик Рубика — с каждым ходом увеличивать количество квадратов одного цвета на одной стороне. Конечно, в целом такой подход к этой головоломке будет бесполезен, но тот факт, что люди часто его пробуют, показывает, что эвристика «восхождения к вершине» в нас встроена по умолчанию.

ПОЧЕМУ СЛАБЫЕ МЕТОДЫ ЧАСТО ТЕРПЯТ НЕУДАЧУ

Слабые методы имеют широкое применение, но часто нас подводят. Перебор не подходит для больших задачных пространств. Анализ «цели — средства» может плодить все новые ориентиры, которые будут мешать сосредоточиться на исходном. Планирование слишком упрощает задачу и иногда приводит к решению, рабочему лишь в теории, но не на практике. «Восхождение к вершине» не срабатывает в таких ситуациях, где, прежде чем начать улучшать положение, его сначала нужно ухудшить. Дело в том, что мы называем «головоломками» как раз ту категорию задач, единственный способ решения которых заключается в том, чтобы отказаться заманчивой эвристики. Так, в игре

«Ханойские башни» нужно сортировать диски, перенося их с одного стержня на другой. Общее задачное пространство тут имеет всего двадцать семь возможных положений, так что с этой головоломкой вполне можно справиться даже методом перебора. Тем не менее для решения может понадобиться определенная практика — и потому, что для достижения желаемого конечного положения необходимо убирать диски с целевого стержня (нарушение принципа «восхождения к вершине»), и потому, что приходится достигать ряда промежуточных целей (что усложняет анализ «цели — средства»).

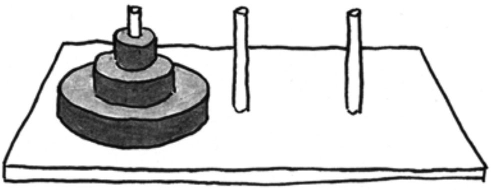

Рис. 4. Ханойские башни. Цель игры — перенести все диски с левого стержня на правый. За один раз можно переносить только один диск. Бо́льший диск нельзя ставить на меньший

Ученые задаются и более глубоким вопросом о слабых методах: врожденные они или приобретенные? Психологи Андре Трико и Джон Свеллер утверждают, что доказательств того, будто слабым методам можно научиться, практически нет и что люди применяют анализ «цели — средства» и «восхождение к вершине» инстинктивно[17]. Согласно этому мнению навык решать проблемы как таковой приобрести нельзя, как и практиковаться в нем. Соответственно, человек не способен научиться лучшим методам решения задач в целом — он может только накопить большой арсенал конкретных умений и методов, которые сможет применять в тех или иных ситуациях. Таким образом, Уайлс сумел доказать Великую теорему Ферма не потому, что имел большой опыт применения слабых методов, а потому, что имел огромнейший арсенал сильных, что значительно уменьшило для него задачное пространство. Однако эти знания вряд ли пригодились бы ему, чтобы починить машину или заполнить налоговую декларацию.

ГРАНИЦА ЗНАНИЯ: ДВА ТИПА ЗАДАЧ

Такая картина говорит о том, что при решении задач мы на самом деле сталкиваемся с трудностями двух типов. Первый тип — это когда решаем задачу, которая заводит в тупик нас, но для кого-то другого легкая и рутинная. Возникает трудность обучения у другого человека. Какими сильными методами пользуются эксперты, чтобы легко решать эту проблему? Не будучи с ними знакомы, мы оказываемся вынуждены пускаться в долгие, обреченные на неудачи поиски в задачном пространстве. Если ответ находится не слишком далеко за пределами наших умений, то, возможно, приложив определенные усилия, мы даже найдем его. Если же задачное пространство слишком велико, то, возможно, лучший метод решения найти так и не получится.

С трудностями второго типа мы сталкиваемся, когда заходим за границу неизвестности и пытаемся решить задачу, которую еще никто и никогда не решал. Именно такие проблемы ждали Уайлса в его поисках доказательства Великой теоремы Ферма: ему пришлось искать ответ на вопрос, который не смог найти ни один математик за три столетия. Учитывая, что его путь пролегал через огромные территории задачного пространства, о существовании которых Ферма в свое время даже не догадывался, можно с определенной уверенностью сказать, что давно умерший француз и сам не знал верного доказательства. Может быть, в его теории был изъян, как у Коши и Ламе, или, может быть, он нашел настолько неожиданный и творческий путь к ответу, что на него за прошедшие сотни лет не натолкнулся больше ни один математик. Так или иначе, эти знания умерли вместе с Ферма, и Уайлсу пришлось прокладывать собственный курс в неизвестности.

Большинству из нас никогда не придется столкнуться с такими же трудными задачами, однако мы никогда полностью не избавимся от необходимости решать проблемы, потому что большинство ситуаций уникальны. Достаточно напечатать всего пару предложений, чтобы получить текст, которого еще никогда в истории не произносил и не писал ни один человек. Каждая законченная статья, сочиненная песня или построенное здание — это новая задача, решение которой не сводится к копированию тех, чтобы были найдены в прошлом. Но хотя многие проблемы новы, знания, которые нужно использовать для их решения, обычно не новы. Чтобы заглянуть дальше в задачное пространство, нужно опереться на сильные методы великанов, живших до нас.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ВЫВОДЫ ИЗ ПОИСКА В ЗАДАЧНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Многие психологи сомневаются, что умению решать задачи как таковому можно научиться. Слабые методы кажутся универсальными, однако путь к мастерству, похоже, лежит в изучении специфических экспертных знаний и навыков. Но даже если развить умение решать задачи как таковое невозможно, я все же порекомендую несколько практических выводов из этой теории решения проблем.

Вывод № 1. Начните с правильной формулировки

Поиск лишь половина всех трудностей в решении задач. Другая половина состоит в том, чтобы найти правильную формулировку, дающую представление, в каком задачном пространстве вам предстоит искать. До эпохальной работы Ньюэлла и Саймона решение проблем изучали гештальтпсихологи, но их интересовало прежде всего то, как участники экспериментов формулируют задачи и как эти формулировки мешают или помогают им найти проницательный ответ[18]. Для примера рассмотрим знаменитую головоломку с девятью точками: цель задачи — нарисовать четыре прямые линии так, чтобы они прошли через все девять точек, не отрывая при этом карандаша от бумаги.

Сможете решить эту головоломку? Если вы раньше с ней никогда не сталкивались, ответ можно найти на с. 300. Суть здесь сосредоточена не в том, как вести поиск в задачном пространстве, а в том, как мы его себе представляем. По ошибке исключив правильный ответ еще на стадии рассмотрения возможностей, мы не найдем его даже после самых исчерпывающих попыток. Решение задач в хаотичных ситуациях в реальной жизни часто требует периодического переключения между поисками в задачном пространстве и стремлением найти новую, более «решаемую» формулировку задачи.

Рис. 5. Головоломка с девятью точками. Проведите четыре прямые линии так, чтобы они прошли через все девять точек, не отрывая карандаша от бумаги

Начиная любой проект, сперва разузнайте, что думают о задаче компетентные люди. Что они считают задачным пространством? Какие главные ходы, по их мнению, нужно сделать, чтобы найти ответ? Понимание, как обдумать задачу, еще не гарантирует, что вы ее решите, однако этот необходимый шаг должен быть первым.

Вывод № 2. Ищите перспективные задачи

Из понимания, что многие задачи не решаемы, сразу же следует практический вывод: работать над такими проблемами не стоит. Однако, к сожалению, задача точно определить, какие задачи не решаемы, тоже не решаема! Возможно, ответ поджидает вас прямо за углом, а возможно, чтобы найти его, вам понадобится целый век неблагодарной работы. Пусть мы и не можем знать, как все обстоит на самом деле, опыт поможет нам делать все более верные предположения. Так, Уайлс начал работать над Великой теоремой Ферма только после того, как Герхард Фрей связал ее с гипотезой Таниямы — Шимуры, так как понял, что задача уже «созрела» для решения. Точно так же и предприниматели, ученые, изобретатели — все они делают ставки на уровень технологического прогресса, которого, по их мнению, человечеству удастся достичь в ближайшем будущем, хотя и не знают, насколько глубоко им при этом придется погрузиться в неизведанное.

Лучший способ найти перспективную задачу — работать с людьми, связанными с актуальной для вас темой. Так, преимущество работы в фирме, исследовательской лаборатории или группе новаторов состоит в том, что вы можете получить более-менее четкое представление, какие территории задачного пространства уже созрели для исследования, а какие не дадут немедленных плодов.

Вывод № 3. Исследуйте задачное пространство по принципу «одна комната за раз»

Чтобы объяснить свой подход к математике, Уайлс привел поучительную аналогию:

> Лучший способ описать мой опыт занятий математикой — сравнить его с прогулкой по темному особняку. Вы заходите в первую комнату, а там темно, совершенно темно. Бродя на ощупь и натыкаясь на мебель, вы постепенно запоминаете, что где расположено, а потом, скажем, через полгода, вдруг обнаруживаете выключатель. Вы зажигаете свет и вдруг начинаете точно понимать, где же находились все это время[19].

Как мы подробнее обсудим в следующей главе, в случае, если нам не у кого учиться и мы оказались в незнакомом задачном пространстве, то полезнее будет сначала исследовать его, а не пытаться сразу решить проблему. Например, Уайлс, столкнувшись с незнакомой ему отраслью математики, не только вооружился инструментами, которые были открыты другими учеными, но и потратил немало времени на то, чтобы научиться их использовать, пока они не превратились для него в часть репертуара.

Исследовать задачное пространство можно, просто что-то пробуя и наблюдая, что произойдет, но не стремясь при этом решить какую-либо конкретную задачу. Цель при этом — не добиться определенного результата, а выявить закономерности, которые могут лечь в основу новых сильных методов. Так, художник, пробуя новые техники не чтобы написать картину, которую можно продать, а ради разнообразия, из любопытства создаст немало плохих набросков. Однако это позволит ему обнаружить манеру, способную придать его работе уникальный облик.

ОТ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДО ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ

Ранние работы Саймона и Ньюэлла были посвящены тому, как именно люди решают сложные проблемы. Они считали, что