

ГЛАВА 1

СВЕТЛЯЧКИ И НЕИЗБЕЖНОСТЬ СИНХРОНИЗМА

«Примерно двадцать лет тому назад я увидел — или мне показалось, что увидел — синхронное, или одновременное, мерцание светлячков. Я не мог поверить своим глазам, поскольку возможность такого явления среди насекомых, несомненно, противоречит любым законам природы»¹.

Эти слова Филип Лорен опубликовал в журнале *Science* в далеком 1917 году, когда он присоединился к дискуссии об этом необъяснимом явлении. На протяжении трехсот лет западные путешественники, побывавшие в Юго-Восточной Азии, рассказывали легенды о колоссальных скоплениях на берегах рек светлячков (протяженность этих скоплений достигала нескольких миль), мерцающих в унисон². Эти истории о синхронно мерцающих светлячках, зачастую изложенные в весьма романтическом стиле, характерном для авторов книг о путешествиях в дальние страны, вызывали скепсис у очень многих читателей. Возможно ли, чтобы тысячи светлячков координировали свое мерцание со столь высокой точностью и на столь обширном пространстве? Тогда Филип Лорен был уверен, что ему удалось разрешить эту загадку: причиной этого очевидного явления, по его мнению, были произвольные движения век наблюдателя, то есть

их внезапное закрывание и открывание, а насекомые не имели к этому никакого отношения.

В период между 1915 и 1935 гг. журнал Science опубликовал еще 20 статей³, посвященных этой загадочной форме массового синхронизма. Кто-то из ученых трактовал это явление как случайное, мимолетное совпадение. Другие объясняли это необычными атмосферными условиями: сочетанием очень высокой влажности, абсолютного безветрия или темноты. Кто-то полагал, что тут не обошлось без некоего «дирижера»⁴ — светлячка, который руководит действиями всех остальных своих собратьев. Как написал в 1918 г. Джордж Хадсон, «если необходимо, чтобы группа людей выполняла определенные действия, подчиняясь заданному ритму, то у этой группы людей не только должен быть лидер, но они должны быть обучены выполнять указания этого лидера... Можно ли поверить в то, что этим насекомым присуще более совершенное чувство ритма, чем наше собственное?»⁵ Натуралист Хью Смит, который жил в Таиланде с 1923 по 1934 гг. и многократно наблюдал это явление, с раздражением отмечал, что «некоторые из опубликованных объяснений производят большее впечатление, чем само описываемое явление»⁵. Однако и он признал, что не в состоянии предложить какую-либо более убедительную версию.

В течение нескольких десятилетий никто не мог сформулировать достаточно правдоподобную теорию, которая проливала бы свет на это загадочное явление. Лишь в 1961 г. Джой Адамсон в продолжении своей повести *Born Free* («Рожденная свободной») удивлялась тому же явлению, которое она наблюдала на африканском континенте⁶ (кстати, ее описание синхронного мерцания светлячков на африканском континенте является первым).

...полоса света шириною около десяти футов, образованная тысячами тысяч светлячков, зеленое фосфоресцирующее свечение которых создает восхитительный по красоте покров на высокой, по пояс, траве... Флуоресцирующая полоса, созданная этими крошечными организмами, раз за разом вспыхивает и погасает с поразительной по своей точности синхронностью. Остается лишь удивляться, какими средствами коммуникации должны обладать эти крошечные существа, чтобы они могли координировать свое мерцание так, словно ими управляет некое механическое устройство.

К концу 1960-х годов из отдельных фрагментов этого пазла начала вырисовываться некая картина. Одна из подсказок была столь очевидной, что почти никто не обратил на нее внимания. Синхронные светлячки мерцали не только в унисон — они мерцали в определенном *ритме*, в постоянном темпе. Даже когда они были изолированы друг от друга, они продолжали мерцать синхронно. Из этого следует, что каждое насекомое должно располагать своим собственным средством определения хода времени, своего рода внутренним часовым механизмом. Этот гипотетический осциллятор до сих пор не определен анатомически, но почти наверняка он должен представлять собою некий кластер нейронов, находящийся где-то в крошечном мозге насекомого. Во многом подобный естественному задатчику ритма в сердце человека, этот осциллятор действует на определенной частоте, вырабатывая электрические сигналы ритма, которые поступают на светоэлемент светлячка⁷ и приводят к его периодическому срабатыванию («включению»).

Вторая подсказка содержится в работе биолога Джона Бака, который сделал больше, чем кто-либо другой, чтобы обеспечить научную достоверность исследований, пытающихся объяснить синхронизм действий светлячков. В середине 1960-х годов Джон Бак вместе со своей женой Элизабет впервые отправился в Таиланд в надежде увидеть собственными глазами это загадочное явление. В ходе неформального, но весьма полезного эксперимента супруги выловили на берегах рек в окрестностях Бангкока множество светлячков и выпустили их в своем гостиничном номере, предварительно затемнив его⁸. Насекомые повели себя весьма нервно, но затем постепенно распространились по стенам и потолку, находясь друг от друга на расстоянии не менее 10 сантиметров. Поначалу они мерцали вразнобой. Вскоре супруги Бак, в молчаливом удивлении наблюдавшие за светлячками, заметили, что сперва пары, а затем и тройки светлячков начали мерцать в унисон. Группы синхронно мерцающих светлячков становились все больше и больше.

Из этих наблюдений следовало, что светлячки должны как-то «настраивать» свои ритмы в ответ на мерцания других светлячков. Чтобы непосредственно протестировать эту гипотезу, Бак и его коллеги провели впоследствии лабораторные исследования⁹, в ходе которых они создавали для светлячка мерцание искусственным светом (имитируя таким образом свечение другого светлячка) и наблюдали за его реакцией. Они обнаружили, что отдельно взятый светлячок корректирует моменты своих последующих мерцаний вполне определенным, предсказуемым образом и что величина и направление такой коррекции зависит от того, в какой момент цикла было воспринято внешнее воздействие. У некоторых видов

светлячков внешнее воздействие всегда смещало ритм подопытного светлячка несколько вперед, словно переводя стрелки его внутренних часов вперед, тогда как у других видов светлячков внешнее воздействие смещало ритм подопытного светлячка либо несколько вперед, либо несколько назад в зависимости от того, насколько подопытный светлячок был близок к тому, чтобы мигнуть (одно дело, если светлячок был буквально на грани очередного мигания, и другое — если он был лишь на полпути к очередному миганию).

Взятые вместе, эти две подсказки предполагали, что ритм мерцания регулируется внутренним, перенастраиваемым осциллятором¹⁰. А это непосредственно указывало на возможное существование некоего механизма синхронизации: каждый из членов сообщества мерцающих светлячков непрерывно посылает и принимает сигналы, смещая ритмы других светлячков и смещая собственный ритм в результате воздействия с их стороны. Из всей совокупности таких взаимовлияний каким-то образом спонтанно возникает синхронизм.

Таким образом, мы приходим к объяснению, которое казалось невысказанным лишь несколько десятков лет тому назад: светлячки организуют сами себя. Им не нужен дирижер, и погода не имеет значения для них. Синхронизм возникает за счет взаимобмена сигналами — точно так же, как участники оркестра могут добиться идеальной синхронности своих действий без помощи дирижера. Правда, в случае светлячков исследователей ставит в тупик то обстоятельство, что для обеспечения синхронизма этим насекомым не требуется интеллект. Они располагают всеми необходимыми для этого ингредиентами: у каждого светлячка имеется осциллятор, что-то наподобие маленького метронома, моменты выработки сигналов которым корректируются автоматически в ответ на мерцания других светлячков. Вот, собственно, и все.

За одним исключением: отнюдь не очевидно, что этот сценарий работоспособен. Может ли идеальный синхронизм возникнуть из какофонии многих тысяч лишенных разума метрономов? В 1989 г. я вместе со своей коллегой Ренни Миролло доказали правильность такого ответа. Описанный сценарий не только работоспособен — он *обязательно* будет работоспособен при определенных условиях.

По причинам, которые нам непонятны до сих пор, тенденция к синхронизму является одной из самых распространенных движущих сил во Вселенной¹¹, охватывая практически все уровни, начиная с атомов и заканчивая животными, начиная с людей и заканчивая планетами. Женщины, которые дружат между собой,

или сотрудницы, проводящие много времени вместе, нередко обнаруживают, что их менструальные циклы постепенно сближаются и начинаются примерно в один и тот же день. Сперматозоиды, двигающиеся бок о бок на своем пути к яйцеклетке¹², машут своими «хвостиками» в унисон, демонстрируя что-то похожее на простейшие элементы синхронного плавания. Иногда синхронизм принимает разрушительный характер: эпилепсия вызывается патологическим синхронным разрядом миллионов клеток мозга, что приводит к ритмичным конвульсиям, вызывающим хватательные движения. Синхронизм может возникать даже в неживой природе. Поразительная когерентность лазерного луча обеспечивается синхронной пульсацией триллионов атомов, которые испускают фотоны одной и той же фазы и частоты. На протяжении многих тысячелетий Луна под воздействием Земли постепенно замедляла вращение вокруг собственной оси. Хотя Луна вращается вокруг собственной оси, она всегда обращена к Земле одной и той же стороной (ее темную сторону мы не видим никогда), так как обращение Луны вокруг Земли и вращение Луны вокруг собственной оси синхронизировано: фактически Луна, облетая Землю каждые двадцать семь с половиной дней, совершает также одно полное вращение вокруг собственной оси против часовой стрелки.

На первый взгляд, эти явления могут показаться не связанными между собой. В конце концов, силы, которые синхронизируют клетки головного мозга никак не связаны с силами, которые обеспечивают синхронизм атомов лазера. Однако при более близком рассмотрении можно обнаружить связь, которая охватывает собою детали любого конкретного механизма. Этой связью является математика. Все приведенные выше примеры представляют собой вариации одной и той же математической темы: самоорганизации, спонтанного возникновения порядка из хаоса. Изучая простые модели поведения светлячков и других самоорганизующихся систем, ученые начинают раскрывать тайны этой восхитительной разновидности порядка во Вселенной.

Исследовавшийся мною и Ренни вопрос о самоорганизации был поначалу сформулирован Чарли Пескином, специалистом по прикладной математике, сотрудником Института Куранта (Courant Institute) при Нью-Йоркском университете. Человек с тихим и спокойным голосом, с аккуратно подстриженной бородкой и с неизменно приветливой улыбкой, Чарли Пескин является одним из самых выдающихся математиков с уклоном в биологию. Разгадывая тайны физиологии (например, как молекулы, ткани и органы человеческого тела справляются со своими сложными функциями), он предпочитает пользоваться

компьютерами и математикой. Какие бы проблемы он ни пытался решать — как сетчатке человеческого глаза удастся обнаружить даже самый слабый свет или как молекулярные «двигатели» вырабатывают силу в мышцах, — его «фирменным знаком» является разносторонность научных интересов. Создается впечатление, что он хочет попробовать себя во всех областях знания и исследовать все тайны природы. Если необходимого ему математического аппарата еще не существует, он обязательно должен изобрести такой аппарат. Если для решения рассматриваемой им проблемы требуется суперкомпьютер, Пескин разработает для него соответствующую программу. Если существующие процедуры работают слишком медленно, он придумает более быстрые процедуры.

Даже его математический стиль отличается высокой гибкостью и прагматизмом. Его самая известная работа связана с разработкой трехмерной модели тока крови в камерах сердца, качающего кровь. Эта модель отличается реалистичностью анатомии, сердечных клапанов и строения волокон. Для решения столь сложной задачи он использовал грубую мощь суперкомпьютерного моделирования в сочетании с изысканностью абсолютно оригинальной вычислительной схемы. Что же касается решения других проблем, Пескин обычно придерживается известной максимы Эйнштейна, согласно которой все нужно делать по возможности проще — но не проще необходимого. В таких случаях Пескин отдавал предпочтение минималистскому подходу, пренебрегая всеми биологическими подробностями, за исключением лишь самого важного. Именно в таком минималистском духе Пескин предложил схематическую модель того, как клетки, задающие ритм работы сердца, могли бы синхронизировать сами себя¹³.

Натуральный задатчик ритма работы сердца представляет собой подлинное чудо эволюции — возможно, самый впечатляющий осциллятор из когда-либо созданных природой. Кластер, состоящий из примерно 10 тысяч клеток и называемый синусно-предсердным узлом, вырабатывает электрические импульсы, которые задают ритм работы сердца в целом. Синусно-предсердный узел должен действовать чрезвычайно надежно, минута за минутой, обеспечивая примерно три миллиарда сокращений сердца за все время жизни человека. В отличие от большинства клеток сердца, клетки-ритмоводители вырабатывают электрические импульсы автоматически; если их изолировать в чашке Петри, то напряжение генерируемых ими импульсов ритмично повышается и снижается.

Все это вызывает законный вопрос: зачем нужно так много этих клеток, если даже одной клетки вполне достаточно для того, чтобы справиться с данной работой? Возможно, это объясняется тем, что наличие единственного задатчика ритма

не позволяет получить достаточно надежную структуру: лидер может начать неправильно функционировать или даже прекратить существование. Вместо ненадежной структуры с единственным лидером природа выработала более надежную, «демократичную» систему, в которой тысячи клеток коллективно задают нужный ритм. Разумеется, такая демократия порождает собственные проблемы: клетки должны каким-то образом координировать свои действия; если же они будут посылать конфликтующие между собой сигналы, сердце выйдет из строя. Пескина интересовал следующий вопрос: как всем этим клеткам удастся — в отсутствие лидера или каких-либо команд со стороны — действовать столь синхронно?

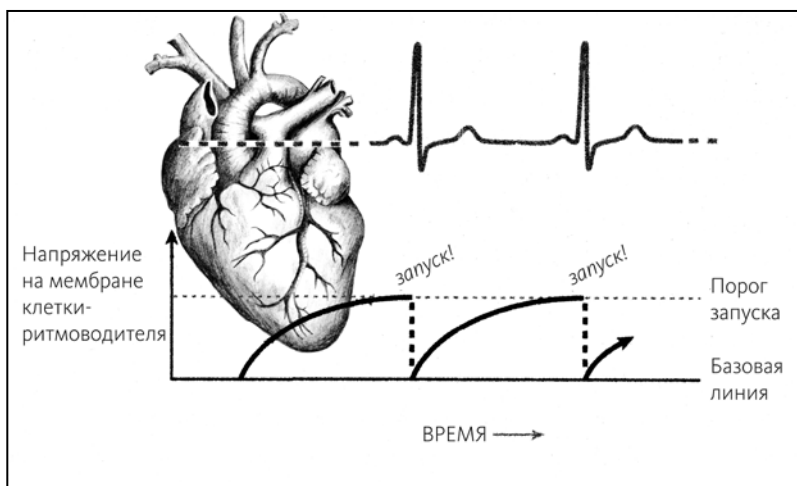
Обратите внимание, как похож этот вопрос на поставленный выше вопрос о светлячках. В том и другом случае речь идет о больших популяциях ритмичных объектов, вырабатывающих внезапные импульсы, которые задают ритмы для других членов группы, убыстряя или замедляя их в соответствии с определенными правилами. В обоих случаях синхронизм представляется неизбежным. Задача заключается в том, чтобы объяснить, почему это должно быть именно так, а не иначе.

В 1975 г. Пескин изучил этот вопрос в рамках некоей упрощенной модели. Каждая из клеток-ритмоводителей рассматривается как электрическая цепь, генерирующая импульсы (осциллятор) и эквивалентная конденсатору, подключенному параллельно резистору. (Конденсатор — это прибор, способный накапливать и хранить электрический заряд; в данном случае он играет роль, подобную той, которую играет мембрана клетки; резистор обеспечивает путь для вытекания электрического тока из клетки, аналогично так называемым каналам утечки в мембране.) Постоянный входной ток заставляет конденсатор заряжаться, что приводит к росту напряжения на нем. Когда напряжение на конденсаторе повышается, величина тока, стекающего через резистор, растет, в результате чего скорость повышения замедляется. Когда напряжение достигает некоего порога, конденсатор разряжается и напряжение на нем мгновенно падает до нуля; такая модель имитирует запуск клетки-ритмоводителя и ее последующее возвращение к исходному состоянию. Затем напряжение снова начинает повышаться, и описанный выше цикл повторяется. Рассматриваемый как функция времени, такой цикл напряжения состоит из двух частей: плавный подъем вдоль кривой заряда (график в виде половины дуги, поднимающейся, но с постепенным замедлением роста), за которым следует практически вертикальное падение с возвратом к исходному состоянию.

Затем Пескин представил такой задатчик ритма сердца в виде огромной совокупности этих математических осцилляторов. Для простоты он предположил,

что все осцилляторы идентичны (и, таким образом, характеризуются одной и той же кривой заряда), что каждый осциллятор связан в одинаковой степени со всеми остальными осцилляторами и что осцилляторы влияют друг на друга только в состоянии запуска. В частности, когда какой-либо осциллятор запускается, он мгновенно повышает напряжения всех остальных осцилляторов на некую фиксированную величину. Если напряжение какой-либо клетки превышает пороговое значение, она сразу же запускается.

Сложность и запутанность этой проблемы обусловлена тем, что в любой данный момент времени разные осцилляторы, как правило, пребывают на разных стадиях рассматриваемого нами цикла: некоторые из них находятся буквально на грани запуска, другие уже успели далеко продвинуться по кривой заряда, тогда как третьи могут приближаться к исходному состоянию. Как только ведущий осциллятор достигнет порогового значения, он запускается и проталкивает каждый из остальных осцилляторов в разные позиции вдоль кривой заряда. Результаты такого запуска имеют разноплановый характер: осцилляторы, которые были близки к пороговому значению, проталкиваются ближе к запускающемуся осциллятору, но те, которые приближаются к исходному состоянию, выбиваются из фазы. Иными словами, отдельно взятый запуск оказывает синхронизирующее воздействие на некоторые осцилляторы и рассинхронизирующее воздействие на другие осцилляторы. Долгосрочные последствия всех этих перестроек невозможно уяснить, опираясь лишь на здравый смысл.



Чтобы получить более наглядную картину происходящего, представьте отдельно взятую клетку в виде бачка унитаза, наполняющегося водой. Когда вода поступает в бачок, ее уровень постепенно повышается, подобно напряжению в клетке. Допустим, что когда вода в бачке достигнет определенного уровня, произойдет автоматический слив воды из бачка. Быстрый слив воды вернет ее уровень к исходному (условно нулевому), после чего бачок начнет снова наполняться; возникнет своего рода спонтанный осциллятор. (Чтобы довершить аналогию, нам также нужно предположить, что бачок слегка протекает. Вода вытекает через небольшую дырочку у дна бачка. Вода просачивается быстрее, когда уровень воды в бачке выше, из чего следует, что бачок наполняется все медленнее по мере повышения уровня воды в нем. Наличие этой утечки не имеет особого значения для самой осцилляции — это устройство будет циклически наполняться и опустошаться даже в отсутствие утечки, — но оно оказывается критически необходимым для синхронизации многих таких осцилляторов.) Наконец, представьте целое полчище из 10 тысяч таких осциллирующих туалетных бачков, соединенных между собой системой труб по принципу «каждый с каждым» таким образом, что когда происходит слив какого-либо из них, это приводит к одинаковому подъему уровня воды во всех остальных бачках. Если эта дополнительная вода поднимает уровень воды в каких-либо из этих бачков выше его порогового значения, то вода сливается и из этих бачков.

В связи с этим возникает следующий вопрос: как поведет себя такое хитросплетение бачков? Будут ли эти бачки наполняться и сливаться хаотически, когда каждому из них заблагорассудится? Распадется ли их сообщество на отдельные группировки, конкурирующие между собой? Может быть, они будут наполняться и сливаться по очереди, друг за другом?

Пескин предположил, что такая система всегда будет входить в синхронизм: какой бы ни была начальная ситуация в такой системе, в конечном счете все осцилляторы будут запускаться в унисон. Кроме того, он предположил, что синхронизм наступит, даже если эти осцилляторы будут не вполне идентичны. Но когда Пескин попытался доказать свои предположения, он столкнулся с определенными техническими препятствиями. В частности, отсутствовали надежные математические процедуры, которые позволяли бы описывать большие системы осцилляторов, обменивающихся между собой внезапными, дискретными импульсами. Поэтому он отказался от своего первоначального замысла и сосредоточился на простейшем возможном случае: двух идентичных осцилляторах. Однако даже в этом случае математические

проблемы казались чересчур сложными. Пескин попытался еще больше упростить задачу, допустив возможность лишь бесконечно малых толчков и бесконечно малых утечек через резистор. После таких упрощений задача поддавалась решению: для этого специального случая Пескин доказал неизбежность синхронизма.

Доказательство, предложенное им, базируется на идее, сформулированной французским математиком Анри Пуанкаре, основателем теории хаоса. Концепция Пуанкаре представляет собой математический эквивалент стробоскопической фотографии. Возьмем два идентичных осциллятора, А и В, и представим в графическом виде их работу, делая фотоснимок каждый раз, когда запускается осциллятор А. Как будет выглядеть соответствующая последовательность фотоснимков? Осциллятор А лишь запустился, поэтому он выглядит так, как будто все время находится в исходном положении (нулевом напряжении). Напряжение осциллятора В, напротив, меняется от одного снимка к следующему. Решая уравнения, описывающие такую модель, Пескин нашел исчерпывающую, но весьма «навороченную» формулу, описывающую изменения напряжения осциллятора В в промежутках между фотоснимками. Эта формула показала, что в случае, когда это напряжение оказывается меньше определенного критического значения, оно будет неуклонно снижаться, пока не достигнет нуля, тогда как в случае, когда это напряжение оказывается больше критического значения, оно будет неуклонно повышаться, пока не достигнет порогового значения. В любом случае осциллятор В в конечном счете синхронизируется с А. Есть лишь одно исключение: если напряжение осциллятора В в точности равно критическому значению напряжения, его невозможно изменить ни в сторону увеличения, ни в сторону уменьшения, поэтому оно остается в равновесном критическом значении. Осцилляторы А и В запускаются повторно, однако этот запуск происходит несинфазно, а с разницей во времени, составляющей половину цикла. Но это равновесие оказывается неустойчивым: малейший толчок смещает систему в направлении синхронизма.

Несмотря на успешный анализ такого двухосцилляторного случая, выполненный Пескиным, случай произвольного количества осцилляторов ждал соответствующего доказательства целых 15 лет. На протяжении этих 15 лет о результатах, полученных Пескиным, почти никто не вспоминал. Сведения об этих результатах были похоронены в какой-то заумной монографии, которая, по сути, представляла собой фотокопию конспекта его лекций и которую можно было получить из его отдела лишь по специальному запросу.

Однажды, в 1989 г., я листал книгу под названием *The Geometry of Biological Time* («Геометрия биологического времени»), написанную биологом-теоретиком Артом Уинфри, одним из героев моей нынешней книги¹⁴. В то время я был научным сотрудником с ученой степенью, специализировавшимся на прикладной математике в Гарвардском университете, и пытался подобрать какую-либо интересную тему для своих дальнейших исследований. Хотя я размышлял над книгой Уинфри предыдущие восемь лет, она продолжала казаться мне неисчерпаемым источником идей и вдохновения. Она представляла собой не просто изложение результатов последних исследований по биологическим осцилляторам, а своего рода карту для охотников за удачей, руководство к будущим научным открытиям. Почти на каждой странице Уинфри указывал путь к интересным нерешенным проблемам и высказывал собственные соображения относительно того, какие из них в наибольшей степени созрели для того, чтобы за их решение можно было приняться прямо сейчас.

В этой книге я натолкнулся на вариант, которого не замечал прежде: в разделе, посвященном осцилляторам, взаимодействующим посредством ритмических импульсов, Уинфри упоминал о модели, описывающей поведение клеток-ритмоводителей сердца, предложенной Пескином в его монографии. Хотя Пескину удалось проанализировать лишь случай двух идентичных осцилляторов, писал Уинфри, «задача со многими осцилляторами еще ожидает своего решения».

Это разожгло мое любопытство. Что же представляет собой эта фундаментальная загадка, которая все еще ожидает своего решения? Я никогда прежде не слышал о работах Пескина, но указанная им проблема произвела на меня сильное впечатление. Никто даже еще не пытался придумать математический аппарат, который описывал бы большую популяцию из «импульсно-связанных» осцилляторов, взаимодействие в которой осуществляется посредством кратковременных пульсирующих сигналов. Это было ощутимым пробелом в литературе по математической биологии — и к тому же весьма подозрительным пробелом, если принять во внимание широкую распространенность в природе именно такого способа взаимодействия между биологическими осцилляторами. Светлячки мерцают. Сверчки стрекочут. Нейроны посылают электрические сигналы. Все они используют внезапные импульсы для общения друг с другом. Тем не менее, теоретики уклонялись от изучения такой импульсной связи по причине отсутствия подходящего математического аппарата. Импульсы вызывают постоянные скачки переменных, однако у математики возникают большие проблемы при описании таких скачков — математика предпочитает иметь дело

с процессами, которые изменяются плавно. Однако Пескину удалось каким-то образом проанализировать два осциллятора, которые периодически воздействуют друг на друга кратковременными импульсами. Каким образом это удалось ему? И что помешало ему перейти от системы с двумя идентичными осцилляторами к системам со многими осцилляторами?

В нашей библиотеке не оказалось экземпляра монографии Пескина, однако Пескин любезно согласился переслать мне соответствующие страницы из этой монографии. Его анализ показался мне весьма элегантным и понятным. Но я быстро понял, почему он ограничился системой лишь с двумя идентичными осцилляторами: несмотря на всю элегантность выполненного им анализа, его формулы оказались чересчур громоздкими. С тремя осцилляторами дело обстояло еще хуже, а система из произвольного количества (n) осцилляторов представлялась вообще неподъемной. Я не понимал, как можно распространить его модель на большое количество осцилляторов и обойти возникающие осложнения.

Чтобы получить более полное представление об этой проблеме, я попытался решить ее на компьютере двумя разными способами. Первый подход заключался в постепенном наращивании сложности системы: я пробовал, подражая стратегии Пескина, найти решение для системы с тремя осцилляторами, используя малые толчки и утечки и перекладывая на компьютер решение всех алгебраических вопросов. Формулы оказались просто устрашающими — некоторые из них простирались на несколько страниц, — но с помощью компьютера мне удалось сократить их до вполне приемлемого вида. Полученные мною результаты показали, что предположение Пескина является, по-видимому, правильным для системы с тремя осцилляторами. Однако эти результаты также говорили о необходимости найти какой-то другой способ решения данной проблемы. С ростом количества осцилляторов используемый мною математический аппарат оказывался неприемлемым.

Второй подход заключался в компьютерном моделировании. Попытаемся на данном этапе обойтись без формул и предоставим возможность компьютеру продвигать систему во времени шаг за шагом вперед, а затем посмотрим, что из этого получится. Компьютерное моделирование ни в коей мере не заменяет собою математический аппарат — оно никогда не позволит получить доказательство, — но если гипотеза Пескина ложна, то такой подход сэкономит массу времени, убедив меня в необходимости поиска других путей решения проблемы. Такой подход чрезвычайно ценен в математике. Когда вы пытаетесь доказать что-либо, желательно быть уверенным в том, что вы не пытаетесь доказать нечто

изначально ложное. Такая уверенность придаст вам силы, которые понадобятся вам для поиска строгого доказательства.

Разработать компьютерную программу для моего случая оказалось сравнительно простым делом. Когда запускается один осциллятор, он подталкивает все остальные осцилляторы на определенную, фиксированную величину. Если какие-либо из «продвинутых» таким образом осцилляторов преодолеют определенный порог, предоставляем им возможность также запуститься — и соответствующим образом обновляем другие осцилляторы. В противном случае используем в промежутках между запусками формулы Пескина для подталкивания соответствующих осцилляторов в направлении их порогов.

Я испытал этот механизм на популяции из 100 идентичных осцилляторов. Изначально был создан случайный разброс их напряжений между базовым (нулевым) уровнем и порогом. Я отобразил этот разброс на диаграмме в виде совокупности точек, взбирающихся в направлении порога по общей для них кривой заряда, которая представляет собой зависимость напряжения от времени. Даже с помощью средств компьютерной графики мне не удалось выявить какой-либо определенной картины в их коллективном движении — полная путаница.

В данном случае проблемой оказался слишком большой объем информации. И здесь я оценил по достоинству еще одно преимущество метода стробов, предложенного Пескином: этот метод не только позволяет упростить анализ, но и представляет собой наилучший способ визуализации поведения системы. Все осцилляторы остаются невидимыми за исключением именно тех моментов, когда запускается какой-то конкретный осциллятор. В такие моменты свет воображаемого строба подсвечивает остальные осцилляторы, показывая их мгновенные напряжения. Затем вся эта система вновь погружается в темноту до наступления следующего момента, когда запускается определенный осциллятор. Модель Пескина обладает тем свойством, что осцилляторы запускаются по очереди — никто и никогда не нарушает эту очередь; таким образом, 99 других осцилляторов запускаются в темноте, до того как произойдет вспышка следующего строба.

Отображаемые на компьютере, эти вычисления мелькали так быстро, что изображение на экране буквально мельтешило: 99 осцилляторов быстро взбирались вдоль кривой заряда, изменяя свои позиции с каждой очередной вспышкой строба. Теперь полученная картина не вызвала сомнений. Точки собирались в группы, образуя маленькие пакеты синхронизма, которые объединялись в более крупные пакеты, подобно каплям дождя, которые собираются в ручейки, стекающие по оконному стеклу.

Это казалось просто сверхъестественным — система синхронизировала сама себя. Бросая вызов Филипу Лорену и всем прочим скептикам, которые утверждали, что синхронизация светлячков невозможна в принципе и что такое явление «противоречило бы всем законам природы», компьютер демонстрировал, что большая совокупность маленьких осцилляторов, не обладающих разумом, *способна* достигать синхронизма автоматически. Наблюдая за этим явлением, я испытывал чувство, близкое к мистическому ужасу. Наблюдатель поневоле испытывал ощущение, что осцилляторы словно договариваются между собой о совместных действиях, сознательно стремясь к порядку, хотя ни о чем подобном, разумеется, не могло быть и речи. Каждый из них лишь автоматически реагировал на импульсы, посылаемые другими осцилляторами, не преследуя при этом никакой конкретной цели.

Чтобы убедиться в том, что картина, увиденная мною с первой попытки, не была чистой случайностью, я повторял моделирование десятки раз, каждый раз при других произвольно выбранных начальных условиях и для других количеств осцилляторов — и каждый раз я наблюдал тенденцию к синхронизации. Похоже, Пескин пришел к правильному выводу. Теперь моя задача заключалась в том, чтобы получить строгое математическое доказательство. Только «железное» математическое доказательство продемонстрировало бы — причем так, как не мог бы сделать ни один компьютер в мире — неизбежность синхронизма, а еще лучше, если бы такое доказательство показало, *почему* именно наступление синхронизма неизбежно. Я обратился за помощью к своему другу Ренни Миролло, специалисту по математике, работающему в Бостонском колледже.

К тому времени я был знаком с Ренни Миролло уже около десяти лет. Будучи студентами-выпускниками Гарвардского университета, мы вместе отдыхали по выходным дням, вместе обедали по будням, уделяя в своих беседах примерно равное количество времени математике и женщинам. Но в те дни нам не приходилось работать вместе. По своему образованию Ренни Миролло был «чистым» математиком, тогда как я специализировался в прикладной математике. По этой причине мы понимали друг друга — но не всегда и не во всем.

Для своей докторской диссертации Ренни выбрал очень абстрактную тему. Интуиция подсказывала ему правильность некой теоремы — проблема заключалась лишь в том, чтобы найти доказательство этой теоремы. Ренни потратил три года на поиск доказательства и в конце концов понял, что доказать ее невозможно: он нашел контрпример, опровергающий эту теорему. Таким образом, три года жизни были потрачены зря. Однако этот отрицательный результат не поверг

Ренни в отчаяние — он решил переключиться на какое-нибудь новое направление математики, решить какую-либо из ключевых проблем этого направления и написать диссертацию. На все это Ренни решил отвести себе один год.

Моя совместная работа с Ренни началась примерно в 1987 г. В этой совместной работе мы как бы дополняли друг друга. Обычно я предлагал ему какую-либо задачу, разъяснял ее научный контекст, выполнял компьютерное моделирование и предлагал интуитивные аргументы. Ренни придумывал стратегии, позволяющие прояснить проблему, а затем находил способы доказательства соответствующей теоремы.

Когда я рассказал Ренни о своих компьютерных экспериментах с моделью Пескина, поначалу он проявил, скажем так, спокойный интерес к этой проблеме. Однако после того как он разобрался в ней глубже, его начало раздражать нетерпение: в то время он напоминал мне боксера, готовящегося выйти на ринг. Он предоставил мне совсем немного времени, чтобы подытожить выполненную мною работу, но уже вскоре начал настаивать на том, что будет использовать свой собственный подход к решению этой проблемы.

Ренни безжалостно упростил мою модель. Его не заботили подробности, предусмотренные в исходной модели цепи, которую предложил Пескин — со всеми ее конденсаторами, резисторами и напряжениями. Единственной важной чертой этой модели, по мнению Ренни, является то, что каждый осциллятор следует кривой напряжения с замедлением роста в верхней ее части — по мере приближения к пороговому значению. Таким образом, он с самого начала заложил именно такую геометрию. Он отказался от схемы электрической цепи, которую предложил Пескин, заменив ее некой абстрактной переменной, изменяющейся по тому же закону, что и напряжение осциллятора: периодический подъем до порогового значения, запуск, сброс. Затем его воображение нарисовало совокупность из n таких переменных, идентичных друг другу и взаимодействующих между собой по описанному выше принципу: когда один осциллятор запускается, он «подтягивает» все остальные осцилляторы на некую фиксированную величину или до порогового значения (если оно будет достигнуто раньше).

Эта усеченная модель не только оказалась значительно проще первоначальной (что сильно упрощало математические выкладки), но и допускала более широкую область применения. Вместо чисто электрической интерпретации в терминах напряжения мы могли теперь рассматривать такую переменную как меру готовности любого из осцилляторов к запуску, будь то клетка сердца или сверчок, нейрон или светлячок.

Нам удалось доказать, что такая обобщенная система почти всегда становится синхронизированной — при любом количестве осцилляторов и при любых начальных условиях¹⁵. Ключевым ингредиентом в доказательстве является понятие «абсорбции» — обозначение идеи о том, что если один осциллятор проталкивает другой осциллятор за пороговое значение, они остаются синхронизированными навсегда, как если бы один осциллятор поглотил другой. Такие поглощения были заметны в моих компьютерных экспериментах, когда у наблюдателя складывалось впечатление, будто осцилляторы сливаются вместе, подобно каплям дождя, стекающим по оконному стеклу. Кроме того, такие слияния необратимы: как только два осциллятора запускаются вместе, они никогда не рассинхронизируются сами по себе, поскольку их динамика идентична; к тому же они одинаково связаны со всеми остальными осцилляторами, поэтому даже когда они испытывают толчок, их синхронизм не нарушается: ведь они испытывают одинаковый толчок. Следовательно, абсорбции действуют подобно храповому механизму, всегда приближая систему к синхронизму.

Основой доказательства является аргумент, демонстрирующий, что последовательность поглощений объединяет осцилляторы в группы, размеры которых все время увеличиваются — до тех пор, пока все они не образуют одну гигантскую совокупность. Если вы не математик, вас, наверное, интересует, как можно доказать все это. Существует бесконечно большое число способов запуска такой системы; как же в таком случае можно охватить одним доказательством все эти бесчисленные варианты? И где гарантия, что в конечном счете произойдет количество поглощений, достаточное для того, чтобы привести такую систему к полному синхронизму?

Ниже излагаются наши рассуждения по этому поводу. Не волнуйтесь, если какие-то детали этих рассуждений покажутся вам непонятными. Моя задача в данном случае заключается лишь в том, чтобы дать вам самое общее представление о том, как выстраиваются такие доказательства. Трудно рассчитывать на что-либо большее, если ваши познания в области математики ограничиваются курсом геометрии, который вы проходили в старших классах школы и который зачастую преподается в механистическом и авторитарном стиле. На самом деле конструирование математического доказательства — весьма творческий процесс, полный нечетких идей и образов, особенно на ранних стадиях этого процесса. Строгие формулировки появляются позже. (Если это не особенно интересно вас, можете пропустить следующие 10 страниц.)

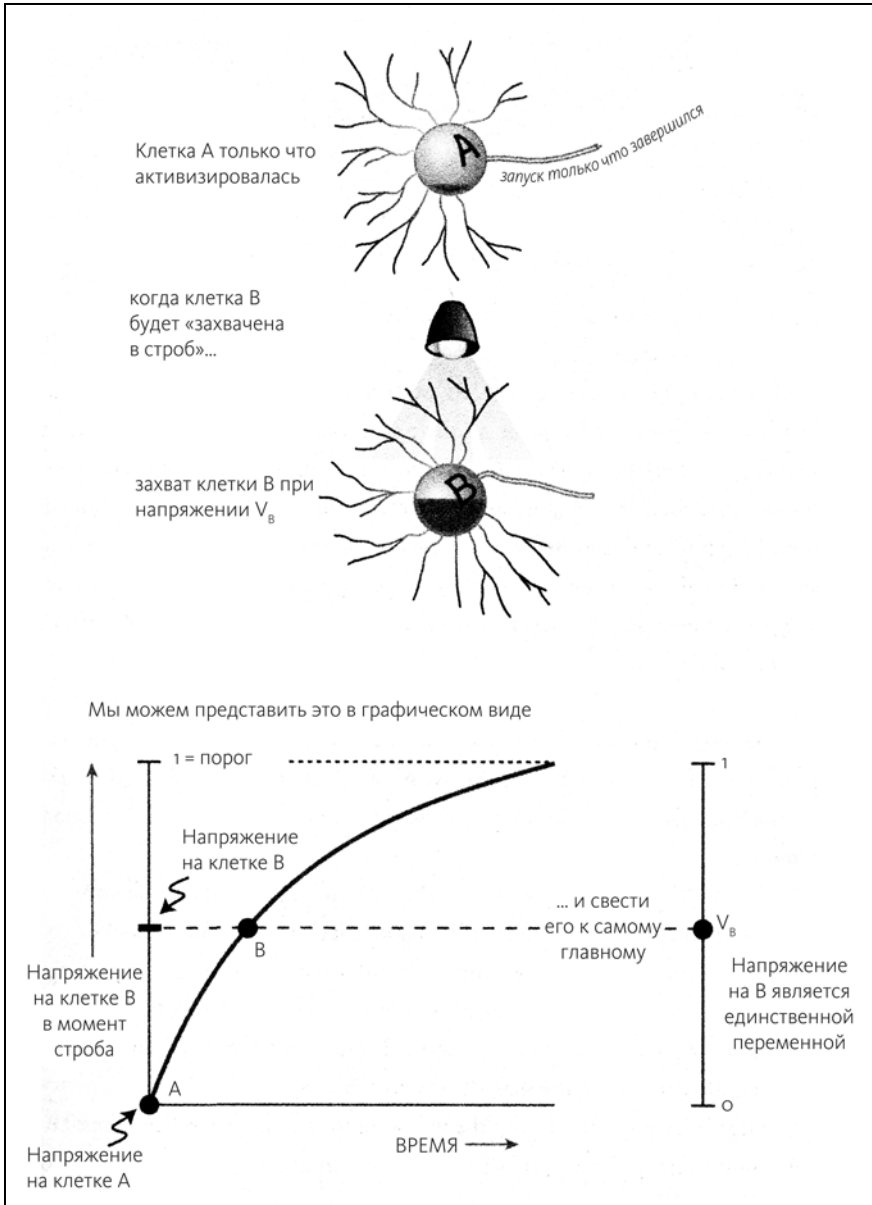
Первым шагом является каталогизация всех возможных начальных конфигураций. Вернемся, например, к случаю двух осцилляторов. По причине использования Пескиным уловки со стробами нам вовсе необязательно наблюдать за осцилляторами все время. Достаточно сосредоточиться на одном моменте в каждом цикле. В качестве такого момента мы выбрали момент непосредственно после запуска осциллятора А и его возвращения к исходному состоянию. Тогда на осцилляторе В может быть любое «напряжение» между исходным состоянием и порогом. Представляя напряжение на осцилляторе В в виде точки на числовой оси, исходное состояние на которой отображается нулем, а порог — единицей, мы видим, что существует линейный сегмент разных возможностей. Этот одномерный сегмент охватывает все возможные начальные условия для данной системы (поскольку нам известно, что осциллятор А находится в 0 [только что запустился и сбросился в исходное состояние], единственной переменной является В, который должен пребывать где-то вдоль линейного сегмента между 0 и 1).

Три осциллятора создают большее пространство возможностей. В этом случае нам нужно знать два числа: учитывая, что А только что запустился и находится в 0, нам все еще нужно указать напряжения осцилляторов В и С в этот момент. Как выглядит геометрия, соответствующая какой-то паре чисел? Мы можем представлять их как две координаты некой точки в двумерном пространстве.

Изобразим плоскость x, y , которая наверняка знакома вам из курса математики в старших классах. В данном случае ось x (как обычно, это горизонтальная ось) представляет напряжение осциллятора В в момент, когда запускается А. Вертикальная ось y представляет напряжение осциллятора С в тот же момент. Пара напряжений отображается на этой плоскости одной точкой.

Когда мы предоставляем возможность В и С изменяться независимо, принимая любые напряжения в промежутке между 0 и 1 (охватывая все возможные варианты), соответствующая точка, изображающая пару напряжений, движется внутри некой области, представляющей собой квадрат.

Таким образом, в случае трех осцилляторов мы получаем квадрат возможных начальных условий: одна ось для осциллятора В и одна для осциллятора С. Обратите внимание, что для А нам не нужна ось, поскольку этот осциллятор всегда стартует с нуля (в соответствии с тем, как мы решили стробировать эту систему).





Картина постепенно проясняется. По мере добавления осцилляторов нам необходимо добавлять все больше измерений, чтобы можно было учитывать все возможности. Для четырех осцилляторов требуется трехмерный куб начальных условий; для пяти осцилляторов требуется четырехмерный гиперкуб, а в общем случае для n осцилляторов требуется $(n-1)$ -мерный гиперкуб. Людям, далеким от математики, это может показаться чересчур сложным (все это действительно сложно представить себе). Но с точки зрения формального математического подхода, вообще говоря, все равно, какому числу в каждом конкретном случае соответствует n : увеличение n не предполагает возникновения каких-либо новых сложностей. Поэтому, для большей определенности, в дальнейшем я продолжу рассматривать случай с тремя осцилляторами, который включает в себе все основные идеи.

Очередной шаг заключается в преобразовании рассматриваемой нами динамики — эволюции такой системы во времени — в графическое представление, которое мы стремимся получить. Мы хотим убедиться в том, что в такой системе действительно будет достигнут синхронизм при неких начальных состояниях осцилляторов В и С.

Представим, что произойдет, если мы позволим такой системе начать работать. Напряжение на всех осцилляторах поднимется до порогового значения, они запустятся, а затем вернуться в исходное (нулевое) состояние; они также будут реагировать на «толчки» со стороны других осцилляторов. Чтобы устранить избыточную информацию, опять воспользуемся методом стробов: представим системе возможность работать в темноте до очередного момента, когда

осциллятор А запустится и вернется в исходное состояние, а В и С отреагируют на это. Затем включим строб и сделаем очередной фотоснимок, зафиксировав новые позиции В и С.

42 Геометрический результат заключается в том, что старая точка в нашем квадрате оказалась на новом месте (обновленные напряжения В и С). Иными словами, динамическая эволюция нашей системы эквивалентна преобразованию, в результате которого любая данная точка в нашем квадрате оказывается в другом месте этого квадрата в соответствии с неким сложным правилом, которое определяется формой кривой заряда и величиной толчков.

Этот процесс можно повторить; при этом новую точку можно интерпретировать как начальную, которая изменяет свою позицию в соответствии с упомянутым преобразованием, снова и снова перепрыгивая с одного места в нашем квадрате на другое место. Если такая система должна в конечном счете прийти к синхронизму, то упомянутая нами точка должна постепенно продвигаться в сторону нижнего левого угла квадрата, то есть к точке с напряжениями $(0,0)$; это означает, что все осцилляторы достигнут исходного положения одновременно. (Почему именно нижний левый угол? Потому что именно в этой точке находится осциллятор А. Согласно определению строба, осциллятор А уже запустился и сбросился, поэтому напряжение на нем равно нулю. В синхронизированном состоянии напряжение на обоих других осцилляторах также равно нулю.)

В принципе, у каждой начальной точки есть некое конечное положение, которое можно вычислить. Если в конечном счете все осцилляторы запускались синхронно, то такую начальную точку мы называли «хорошей». В противном случае мы называли ее «плохой». Нам с Ренни не удалось найти способ, который позволял бы нам точно сказать, какие точки являются «хорошими», а какие — «плохими», однако нам удалось доказать, что почти все точки являются хорошими. Плохие точки действительно существуют, но они встречаются настолько редко и настолько сильно разбросаны, что если собрать их все вместе, то занимаемая ими площадь стремится к нулю. Иными словами, если выбрать какую-либо точку произвольным образом, то у вас чрезвычайно мало шансов выбрать плохую точку.

Это может показаться абсурдным: если плохие точки существуют, то вы можете полагать, что с вашим-то везением вы наверняка выберете плохую. Спешу вас успокоить: не выберете. Это практически то же самое, как если бы вы бросали дротик в мишень для игры в «дартс» в надежде, что он попадет точно в разделительную линию между двумя соседними концентрическими областями.

Это чрезвычайно маловероятно. А теперь представьте, что толщина этой разделительной линии стремится к нулю (а именно это требуется, если ее площадь должна равняться нулю). Теперь, надеюсь, вы понимаете, почему у вас практически нет шансов попасть дротиком в эту линию.

Идея о теоретическом существовании «плохих» точек принадлежала Ренни, хотя мы, разумеется, были заинтересованы в «хороших» точках. Стратегия Ренни напоминала концепцию отрицательного пространства, к которой прибегают художники: чтобы лучше уяснить интересующий вас объект, постарайтесь уяснить пространство, окружающее этот объект. В частности, Ренни придумал, как доказать, что «плохие» точки занимают нулевую площадь.

Чтобы составить некоторое представление о его доказательстве, сосредоточимся на наихудших из «плохих» точек, которые я буду называть «ужасными». Эти точки — самые непокорные в своем стремлении воспрепятствовать достижению синхронизма: они вообще не поддаются поглощениям. Когда система начинает свою работу с какой-либо ужасной точки, никакая из пар осцилляторов (и тем более не вся популяция осцилляторов) не сможет синхронизироваться.

Чтобы понять, почему ужасные точки не могут занимать площадь больше нулевой, вообразите все эти точки в виде некой совокупности и проанализируйте, что произойдет, когда мы применим наше преобразование ко всем точкам в такой совокупности. Каждая ужасная точка перескочит в какое-то другое место, но после такого преобразования она все равно останется ужасной. Это звучит почти как тавтология: если какая-либо точка никогда не приводит к поглощению, то после одной итерации нашего преобразования она все равно никогда не приведет к поглощению. Следовательно, новая точка также является ужасной. Поскольку первоначальная совокупность включала *все* ужасные точки (по определению), эта новая точка должна была бы где-то здесь появиться, чтобы она могла исполнить роль начальной.

Наш вывод заключается в том, что преобразованная совокупность находится полностью внутри первоначальной совокупности. Могу предложить более наглядную аналогию: это похоже на хорошо известные вам фотографии «до» и «после», используемые в рекламе всевозможных диет для похудения. Преобразованная совокупность — похудевшая «после»-фотография — полностью содержится внутри толстой «до»-фотографии (как в рекламе диет для похудения).

До сих пор в нашем доказательстве не использовалась какая-либо информация о форме кривой заряда или величине «толчков». Когда мы в конечном счете учтем эти детали, мы придем к выводу, который, на первый взгляд,

может показаться парадоксальным, хотя на самом деле он является решающим доводом в нашем доказательстве. Нам с Ренни удалось доказать, что преобразование из «до» в «после» действует подобно функции увеличения масштаба в фотокопировальном аппарате. Любая совокупность точек, которую вы подаете на вход нашего преобразования, на его выходе оказывается увеличенной в том смысле, что ее суммарная площадь оказывается умноженной на коэффициент, больший 1. Неважно, какую именно совокупность вы выберете (как неважно и то, какое изображение вы поместите в фотокопировальный аппарат): увеличится площадь всех совокупностей. В частности, увеличится площадь совокупности ужасных точек. Но погодите, это означает, что совокупность ужасных точек становится толще, а не тоньше. Но это, похоже, противоречит тому, о чем мы говорили выше. Если быть более точным, проблема в том, что преобразованная версия совокупности ужасных точек должна находиться внутри исходной совокупности при том, что ее площадь также должна увеличиться, что кажется невозможным. Единственным условием, при котором эти два вывода могут быть совместимы, является нулевая площадь исходной совокупности (фотография «до» должна представлять собой изображение тонкого прута). В таком случае никакого противоречия нет: при умножении на число, большее 1, площадь исходной совокупности останется нулевой, поэтому преобразованная совокупность может поместиться внутри исходной совокупности. Но это именно то, что мы хотели продемонстрировать: ужасные точки занимают нулевую площадь. Именно поэтому вам никогда не удастся выбрать их, если вы будете выбирать начальное условие случайным образом. Не сможете вы выбрать и какие-либо другие «плохие» точки. Именно поэтому наступление синхронизма в такой модели является неизбежным.

Та же аргументация относится к любому другому количеству осцилляторов — с той небольшой поправкой, что в случае четырех или большего количества осцилляторов площадь нужно заменить на объем или гиперобъем. В любом случае вероятность начать процесс с плохой точки всегда остается равной нулю. Следовательно, Пескин был прав: в его модели идентичных импульсно-связанных осцилляторов каждый из осцилляторов в конечном счете запускается в унисон с остальными.

Конструируя это доказательство, мы пришли к выводу, что предположение Пескина об утечках было очень важным: в противном случае преобразование из «до» в «после» не расширяет площадь и все доказательство разваливается.

Более того, оно *должно* развалиться, поскольку наша теорема без такого предположения недействительна. Если кривая заряда загибалась вверх, а не вниз — если напряжение растёт все быстрее по мере приближения к пороговому значению, — то наше моделирование показывало, что рассматриваемая популяция осцилляторов вовсе не обязательно синхронизируется. Осцилляторы могут заикнуться в случайной картине хаотических запусков.

Этот тонкий момент зачастую ставил в тупик других математиков, когда я читал свои первые лекции по нашей работе: прежде чем я успевал дать развернутое пояснение этого момента, какой-нибудь критикан (а среди слушателей обязательно находился хотя бы один такой) прерывал меня и упрекал в тривиальности нашей теоремы: дескать, осцилляторы, конечно же, синхронизируются, поскольку все они идентичны и одинаково связаны друг с другом — а на какой же еще результат я рассчитывал? Но такое возражение слишком обманчиво: оно игнорирует слабое влияние кривой заряда. Синхронизм возникает с неизбежностью лишь в случае, когда эта кривая изгибается в «правильном» направлении. С биологической точки зрения, форма кривой заряда определяет, в какой момент толчки оказываются более сильными: в начале цикла (вблизи исходного состояния) или в конце цикла (вблизи порогового значения). Когда кривая заряда наклонена вниз, как в модели Пескина, данный толчок напряжения трансформируется в большой сдвиг фазы для осцилляторов, близких к пороговому значению, что в свою очередь гарантирует, что система будет синхронизирована, хотя понять, почему именно она будет синхронизирована, не так-то просто.

Сконструированное нами доказательство выводов, сделанных Пескиным, оказалось первым строгим результатом, относящимся к популяции осцилляторов, обменивающихся внезапными импульсами. Что же касается реальных светлячков или клеток-ритмоводителей сердца, такая модель является очевидным упрощением. Она предполагает, что запуск одного осциллятора всегда подталкивает другие осцилляторы в направлении порога, продвигая таким образом их фазы вперед; реальные биологические осцилляторы могут, вообще говоря, сдвигать фазу как вперед (опережение), так и назад (запаздывание). Кроме того, тайские светлячки, которые являются самыми большими мастерами в части синхронизации — вид, известный как *Pteroptyx malaccae*, — используют совершенно другую стратегию¹⁶: они непрерывно корректируют частоту своих «внутренних часов», а не их фазу, в ответ на сторонние вспышки. По сути, они заставляют свои «внутренние часы» тикать быстрее или медленнее, вместо того чтобы переводить свою минутную стрелку немного вперед или назад. К тому

же, предполагая, что все осцилляторы идентичны, наша модель не принимает во внимание генетическое разнообразие, присущее любой реальной популяции. И наконец, наше допущение, что все осцилляторы оказывают одинаковое воздействие друг на друга, является очень грубым описанием клеток сердца, которые влияют главным образом на своих ближайших соседей. Учитывая все эти ограничения нашего анализа, мы оказались не готовы к реакции, которую он должен был вызвать с неизбежностью.

В течение нескольких следующих лет было опубликовано более 100 статей, посвященных импульсно-связанным осцилляторам. Авторами этих статей были ученые, представлявшие множество дисциплин, начиная с нейробиологии и заканчивая геофизикой. Что касается нейробиологии, то теоретиков, изучающих модели нейронных сетей, категорически не устраивал преобладающий подход, согласно которому нейроны весьма грубо описывались средними скоростями их запуска (количеством скачков напряжения в секунду), а не фактическим распределением самих этих скачков во времени¹⁷. Предложенная нами новая модель импульсно-связанных осцилляторов идеально отвечала потребностям ученых-нейробиологов и духу времени в целом.

По случайному стечению обстоятельств или, может быть, в силу каких-то других причин в начале 1990-х годов ученые в других областях также размышляли над поведением систем такого рода. Например, влиятельный биофизик Джон Хопфилд, работающий в Калифорнийском технологическом институте, обнаружил связь между землетрясениями и импульсно-связанными нейронами¹⁸. В упрощенной модели землетрясения пласты земной коры постоянно воздействуют друг на друга, создавая напряжение, которое нарастает до тех пор, пока не будет достигнут некий порог. Затем эти пласты внезапно начинают скользить относительно друг друга; высвобождающаяся при этом энергия приводит к взрыву. Весь этот процесс напоминает постепенное повышение и внезапный скачок напряжения нейрона. В описанной выше модели землетрясения соскальзывания одного пласта может оказаться достаточно, чтобы запустить соскальзывание других пластов (точно так же, как запуск нейрона может вызвать цепную реакцию других разрядов в мозге). Эти каскады множасьихся событий могут приводить к землетрясениям (или эпилептическим хватательным движениям у человека). В зависимости от того, какой именно оказывается конфигурация других элементов системы, результатом может быть либо едва различимый гул, либо сильное землетрясение.

Такая же математическая структура возникала в моделях других взаимодействующих систем, начиная с лесных пожаров и заканчивая массовыми вымираниями живых организмов. В каждом таком случае какой-то отдельно взятый элемент подвергается нарастающему давлению, продвигается в направлении некоего порога, а затем внезапно высвобождает накопившееся напряжение и распространяет его на другие элементы, что способно вызвать эффект домино. Модели с таким характером широко обсуждались в начале 1990-х годов. Статистика каскадов — в основном небольших, но в нескольких случаях катастрофических — изучалась теоретически физиком Пером Баком и его сотрудниками в связи с тем, что они называли самоорганизующейся критичностью¹⁹.

Открытие, сделанное Хопфилдом, заключается в том, что самоорганизующаяся критичность может быть тесно связана с синхронизацией в импульсно-связанных системах осцилляторов. Интригующая возможность связи между этими двумя областями породила десятки статей, в которых исследовались возможные варианты связи²⁰. Этот эпизод служит примером того, как математики могут выявлять скрытую связь явлений, которые на первый взгляд кажутся не связанными между собой.

Наша работа привлекла также внимание средств массовой информации — в основном из-за ее связи со светлячками, которые вызывали у большинства людей детские воспоминания о летних вечерах, когда они ловили этих мерцающих насекомых в стеклянные банки²¹. В результате этого повышенного внимания со стороны прессы в 1992 г. я получил восторженное письмо от женщины по имени Линн Фост, проживающей в Ноксвилле, Теннесси. В характерной для нее вежливой и непосредственной манере она была готова разрушить давний миф о синхронно мерцающих светлячках. Вот о чем она поведала мне в своем письме.

Я уверена, вам известно об этом. Поэтому хочу лишь напомнить о том, что в национальном парке «Грейт-Смоки Маунтин» вблизи г. Элмонт, Теннесси, у мерцающих насекомых наблюдается что-то наподобие группового синхронизма. Сеансы мерцания у них происходят с середины июня и начинаются каждые сутки примерно в 10 часов вечера. После 6 секунд полной темноты тысячи насекомых в течение трех секунд с идеальным синхронизмом совершают шесть быстрых вспышек, после чего *все* они «потухают» еще на 6 секунд.

В Элмонте у нас есть маленький домик (к сожалению, по распоряжению руководства национального парка, он должен быть снесен в декабре 1992 г.)

и, насколько нам известно, этот конкретный вид группового синхронного мерцания наблюдается лишь на этой небольшой территории. Между тем это поистине завораживающее зрелище.

Описанные мною насекомые существенно отличаются от наших обычных светлячков, которые после наступления темноты просто загораются и потухают в произвольные моменты времени.

Далее Линн Фост рассказала в своем письме, что по другую сторону речушки, на берегу которой стоит их домик, светлячки, расположившиеся выше по склону холма, начинают свою последовательность свечений чуть раньше тех, которые расположились ниже, поэтому у наблюдателя возникает впечатление огоньков, сбегających волной вниз по склону холма, «что-то наподобие водопада светлячков».

Она отправила письмо руководству национального парка в Элмонте с просьбой не проводить реконструкцию парка и не разрушать естественную среду обитания насекомых по крайней мере до тех пор, пока ученые не изучат их поведение. Ведь это явление можно наблюдать лишь в строго определенном месте этого национального парка. Кстати, уникальность этого места натолкнула Линн Фост на мысль о том, что проживающие там люди, наверное, делают что-то такое, что способствует столь необычному мерцанию светлячков. Она предположила, что причиной может быть периодическое подстригание травяных газонов местными жителями. На протяжении 50 лет жители Элмонта подстригают свои газоны примерно каждые две недели. Это позволяло личинкам светлячков благополучно перезимовать, зарывшись в заросли короткой травы на болотистой почве. Весной эти личинки превращались в светлячков, которые размножались летом. Следовательно, по мнению Линн Фост, если Элмонт покинут все его нынешние жители, регулярно подстригающие свои газоны, светлячки могут быть утрачены для науки раз и навсегда. В поддержку своей гипотезы, касающейся стрижки травяных газонов, Линн Фост указывала, что самые высокие концентрации светлячков отмечались

непосредственно возле домиков местных жителей и охватывали участки, на которых регулярно подстригалась трава... Ни одной из личинок не удалось обнаружить на участке, где раньше стоял дом «дядюшки Лема Оуенбая», то есть там, где уже давно не подстригают траву. На протяжении 15 лет, за которые на месте лужайки, примыкавшей к дому Мейны Маккинн, успел

вырасти лес, она отмечала существенное уменьшение «своей» популяции светлячков.

Линн также удручала перспектива расставания со своим жильем и привычным окружением. К тому времени семейство Фостов наслаждалось фантастическим мерцанием светлячков уже на протяжении 40 лет. Каждый июнь три поколения Фостов укутывались в пледы и молча сидели на неосвещенном крыльце своего домика в ожидании начала очередного представления.

То, что было так знакомо семейству Фостов, было новостью для науки²². Эти любительские наблюдения могли стать первым хорошо задокументированным случаем синхронного мерцания светлячков в Западном Гэмпшире. На протяжении многих десятилетий после дискуссии, разгоревшейся в начале XX века в журнале *Science*, было принято считать, что такое явление не встречается на американском континенте — только в Азии и Африке. Я познакомил Линн с Джонатаном Коуплендом, исследователем светлячков, работающим в Южном университете Джорджии. Коупленд вместе со своей коллегой Энди Моисеффом из Коннектикутского университета подтвердил, что светлячки, обитающие у домика Фостов, мерцают синхронно, причем величина рассинхронизации между светлячками не превышает трех сотых долей секунды.

Несмотря на то что в 1992 г. Элмонт был в конечном счете поглощен национальным парком «Грейт-Смоки Маунтин», светлячкам удалось пережить эту трансформацию, и их «Световое шоу» продолжилось, став хорошей приманкой для туристов. Что касается Линн Фост, то ее по-прежнему увлекает повсеместность синхронизма в природе и она по-прежнему совершает свои открытия. Вот, например, о чем она написала мне в 1999 г.: «Еще одно явление простого синхронизма мне довелось наблюдать этой весной, когда четыре индюка (не диких, а домашних) во время весеннего брачного периода собираются в круг и начинают синхронно кулдыкать, после того как их вожак (во всяком случае, мне показалось, что он является их вожаком) издает первый звук».

Далеко не все из нас способны оценить по достоинству чудеса синхронизма в мире животных²³. Например, 18 мая 1993 г. в таблоиде *National Enquirer* была опубликована статья, озаглавленная «Правительство швыряет на ветер деньги налогоплательщиков, выделяя средства на изучение светлячков, обитающих на острове Борнео. Не самая блестящая идея!». Автор статьи издевательски высказывался по поводу предоставления Национальным научным фондом одного из грантов и сообщал, что член Палаты представителей Том Петри (член

Республиканской партии от штата Висконсин) «не считает, что это исследование окажется таким уж полезным, и хочет “зарубить” его. “Тратить деньги налогоплательщиков на изучение светлячков кажется мне не самой лучшей идеей”».

Нет ничего удивительного в том, что Том Петри — как и большинство людей, далеких от науки — не понимает важность этой проблемы. Между тем важность изучения светлячков трудно переоценить. Например, до 1994 г. самопроизвольные пульсации трафика между устройствами, которые называются маршрутизаторами, доставляли немало проблем специалистам, работающим с интернетом²⁴. Лишь в 1994 г. стало понятно, что маршрутизаторы ведут себя подобно светлячкам, периодически обмениваясь сообщениями, которые непреднамеренно синхронизировали их. Как только причина была выявлена, стало ясно, как избавиться от этих «заторов» в компьютерной сети. Инженеры разработали децентрализованную архитектуру, обеспечивающую более эффективное тактирование компьютерных цепей: для достижения синхронизма с невысокими затратами и высокой надежностью они взяли на вооружение стратегию светлячков. (Эти скромные насекомые даже помогают спасти людям жизнь. По иронии судьбы, на той же неделе, когда в *National Enquirer* были опубликованы «разоблачения» Тома Петри, в статье, опубликованной журналом *Time*, сообщалось о том, что врачам удалось использовать светоизлучающий фермент светлячков — люциферазу — для ускорения испытаний лекарств от особо стойких разновидностей туберкулеза²⁵.)

Групповое поведение светлячков не только служит источником вдохновения для инженеров, но имеет более широкое научное значение. Это один из немногих поддающихся трактовке примеров сложной самоорганизующейся системы, в которой одновременно происходят миллионы взаимодействий, когда каждый элемент системы изменяет состояния всех остальных ее элементов. Практически все основные нерешенные проблемы в современной науке имеют такой запутанный характер. Рассмотрим, к примеру, каскад биохимических реакций в отдельно взятой клетке и нарушение их хода, когда эта клетка оказывается раковой; взлеты и падения фондового рынка; формирование сознания в результате взаимодействия триллионов нейронов в мозге; зарождение жизни из сложнейшей сети химических реакций, протекавших в первичном бульоне. Все эти примеры включают огромные количества «действующих лиц», соединенных между собой в сложные сети. В каждом таком случае самопроизвольно возникают изумительные картины. Богатство окружающего нас мира во многом объясняется чудесами самоорганизации.

К сожалению, наш разум не в состоянии уяснить столь сложные системы. Мы привыкли мыслить о системах с точки зрения централизованного управления, четких цепочек команд, простой причинно-следственной логики. Но когда нам приходится иметь дело с системами, содержащими огромные количества взаимосвязанных элементов, когда каждый элемент в конечном счете влияет на все остальные части системы, наши стандартные способы мышления оказываются бессильны. Простые картины и словесные формулировки слишком близоруки. Именно это создает проблемы в экономике, когда мы пытаемся предугадать последствия какого-нибудь очередного урезания налогов или изменения процентных ставок, или в экологии, когда применение какого-нибудь нового пестицида приводит вовсе не к тем результатам, на которые мы рассчитывали (например в продукты питания попадают вредные вещества).

Загадка синхронного мерцания светлячков стоит в одном ряду со множеством концептуальных проблем, подобных ей, хотя, разумеется, найти ее решение гораздо легче, чем найти решение проблем экономики или экологии. Мы имеем достаточно полное представление о природе индивидуальных организмов (светлячков), их поведении (ритмичное мерцание) и их взаимодействии («перезапуск» в ответ на свечение), в отличие от наших весьма приблизительных представлений об экологических системах или глобальном рынке, которые характеризуются множеством разнообразных компаний и видов живых организмов и неизвестными нам режимами взаимодействия элементов этих сложных систем. Достичь понимания таких систем отнюдь не просто. В действительности все, о чем было сказано выше, является лишь незначительной частью того, что нам удалось понять к настоящему времени. Однако приведенной выше информации вполне достаточно для того, чтобы читатели уяснили, как математика помогает нам раскрывать тайны спонтанно возникающего порядка, и получили наглядный пример того, что может (и чего не может) сделать для нас математика на этой примитивной, самой начальной стадии исследования.

Несмотря на то что в живом мире синхронизм встречается повсеместно, его функция не всегда очевидна. Почему, например, светлячки мерцают в унисон? Биологи предлагают по меньшей мере 10 правдоподобных объяснений этого явления²⁶. Старейшая из них называется «гипотезой маяка». Уже давно известно, что лишь самцы светлячков синхронизируют свои мерцания; таким образом, согласно данной точке зрения, это «световое представление» адресовано самкам — что-то наподобие коллективного приглашения в компанию. Синхронно мерцающая самца усиливают этот приглашающий сигнал, охватывая им

значительную площадь джунглей и привлекая самок, которые в противном случае могли бы не заметить свечения. Именно поэтому такой синхронизм характерен для местностей, покрытых густой растительностью (подобно джунглям Таиланда и Малайзии или лесу позади домика Линн Фост), но редко наблюдается на открытых лугах восточной части Соединенных Штатов, где светлячки могут без проблем назначать свидания друг другу.

Второе возможное преимущество синхронизма заключается в том, что вам может просто повезти: самка, которая положила глаз на светлячка, похожего на вас, может легко спутать вашего конкурента с вами и явиться на свидание не с ним, а с вами. Именно поэтому синхронизм может быть необходим и для того, чтобы запутать хищников: в толпе всегда можно затеряться. Самое последнее по времени своего появления объяснение заключается в том, что синхронизм является отражением конкуренции, а не сотрудничества: каждый из светлячков пытается сверкнуть первым (поскольку самки, по-видимому, предпочитают именно первого), но если этой стратегии придерживается каждый из светлячков, то синхронизм наступает автоматически²⁷.

У многих других живых существ взаимный синхронизм также каким-то образом связан с функцией продолжения рода. Периодические цикады* пытаются перехитрить своих врагов, прячась под землей на долгие семнадцать лет, после чего миллионы этих насекомых одновременно появляются на свет, проводят брачный период длиною в один месяц и прекращают свое существование²⁸. Группы самцов манящего краба (род *Uca*, семейство *Ocypodidae*), у каждого из которых имеется единственная, невероятно большая клешня, находят наилучшее применение своим природным талантам: они заигрывают с самкой, окружив ее и размахивая в унисон своими гигантскими клешнями²⁹. (Весь этот ритуал выглядит так, словно множество маленьких дирижеров дирижируют единственным музыкантом.)

Что же касается людей, то синхронизацией занимаются именно женщины. Большинству женщин знакомо явление менструального синхронизма, суть которого заключается в том, что у сестер, женщин, проживающих в одной комнате, близких подруг или сотрудников, проводящих много времени вместе, менструальные циклы начинаются примерно в одно и то же время. Такой менструальный синхронизм, долгое время бывший скорее объектом для шуток,

* Американская цикада (лат. *Magicicada septendecim*, семейство *Cicadidae*, подотряд *Homoptera*), личинки которой появляются в больших количествах с периодичностью, составляющей семнадцать лет (на юге — с периодичностью, составляющей тринадцать лет). *Прим. перев.*

чем серьезного изучения, впервые был научно задокументирован Мартой Макклиток, в то время студенткой, обучавшейся в женском колледже Wellesley (штат Массачусетс) по специальности «Психология»³⁰. Она провела исследование, объектом которого были 135 ее товарищей по учебе, попросив их на протяжении всего учебного года фиксировать даты начала своих менструальных циклов. В октябре менструальные циклы близких подруг и девушек, проживавших в одной комнате студенческого общежития, различались в среднем на 8,5 дня, но уже к марту среднее расхождение сократилось до 5 дней — статистически значимое сокращение. В контрольной группе, составленной из произвольно подобранных пар девушек, не удалось выявить каких-либо изменений.

Высказывались разные соображения относительно механизма синхронизации в этом случае, однако наиболее правдоподобная версия заключается в том, что это каким-то образом связано с феромонами, то есть неустановленными химическими веществами без запаха, которые каким-то путем передают сигнал синхронизации³¹. Первым подтверждением этой догадки стал эксперимент, о котором сообщил в 1980 г. биолог Майкл Рассел. Его коллега, Женевьева Свиц, обнаружила этот эффект в своей собственной жизни: проживая в течение всего лета в одной комнате с одной из своих подруг, она обратила внимание, что их менструальные циклы сблизилась. После того как они расстались, их менструальные циклы рассинхронизировались. Из этого можно было заключить, что Женевьева — мощный синхронизатор. Рассел попытался выяснить, что же такого особенного в Женевьеве, что обеспечивает ей столь уникальное свойство. В ходе эксперимента она клала себе под мышки небольшие хлопчатобумажные прокладки, каждый день сдавая на анализ Расселу пот, накопившийся в этих прокладках. Рассел смешивал эти пробы пота с небольшим количеством спирта и делал мазок этой «эссенцией Женевьевы» на верхней губе женщин, согласившихся выполнять роль «подопытных» в этом эксперименте. Эти опыты проводились трижды в неделю на протяжении четырех месяцев.

Результаты эксперимента оказались впечатляющими. По истечении четырех месяцев менструальные циклы женщин, участвовавших в эксперименте, в среднем начинались с разницей 3,4 дня по сравнению с началом менструального цикла у Женевьевы, между тем как в начале эксперимента эта разница составляла в среднем 9,3 дня. С другой стороны, начало менструальных циклов женщин в контрольной группе (на верхние губы которых наносился лишь спиртовой раствор) существенно не изменилось. Совершенно очевидно, что какое-то вещество в потовых выделениях Женевьевы передавало информацию о фазе ее

менструального цикла таким образом, что это увлекало за собой менструальные циклы других женщин, которые улавливали запах этого вещества.

54 Последующие исследования принесли не столь впечатляющие результаты. В некоторых из них были обнаружены статистические свидетельства синхронизма, в других — нет. Скептики восприняли эти противоречивые данные как свидетельство слабости или случайной природы данного явления. Недавняя работа Макклиток (в настоящее время она занимается исследованиями по биологии в Чикагском университете) свидетельствует об обратном — о том, что синхронизм менструальных циклов — это лишь наиболее заметное следствие более масштабного явления: химической связи/взаимодействия между женщинами³². В ходе эксперимента, проведенного в 1998 г., Макклиток вместе со своей коллегой Кэтлин Стем выяснила: если брать мазки из подмышек женщин в разные моменты их менструальных циклов и наносить эти мазки на верхние губы других женщин, то донорские секреты систематическим образом сдвигают фазу менструального цикла у реципиента. Мазки, взятые у женщин в начале их менструального цикла, в фолликулярной фазе до овуляции, обычно сокращали менструальные циклы женщин, которые получали эти мазки. Иными словами, овуляция у реципиентов происходила на несколько дней раньше, чем обычно. Напротив, мазки, взятые у женщин во время овуляции, продлевали менструальные циклы реципиентов. А секреты, собранные на лютеиновой фазе (фаза желтого тела яичника), в дни перед менструацией, не вызывали никаких изменений.

Наш вывод сводится к тому, что женщины в какой-либо сплоченной группе всегда оказывают воздействие на менструальные циклы друг друга, бессознательно участвуя в молчаливом общении феромонами. Одним из возможных последствий такого общения является синхронизм менструальных циклов. Но если принять во внимание, что такие феромональные сигналы могут либо сблизжать циклы, либо разводить их во времени в зависимости от того, в какой день месяца были сгенерированы эти сигналы, нет ничего удивительного в том, что в данном случае синхронизм не является неизбежным — должен также быть возможен асинхронизм или даже антисинхронизм (при котором менструальные циклы наступают в противофазе друг другу), что и наблюдается на практике.

Функция этого «химического диалога» остается для ученых загадкой. Возможно, что женщины подсознательно стремятся к тому, чтобы овуляция и зачатие происходили у них синхронно с подругами (чтобы получить возможность совместно выхаживать, родить и вскармливать детей) и в противофазе

со своими недругами (чтобы избежать конкуренции с ними за ограниченные ресурсы). Сколь бы притянутыми за уши ни казались такие соображения, именно такой сценарий реализуется у других млекопитающих. Самки крыс в синхронизированной группе производят более многочисленное и здоровое потомство, чем то, которое приносит отдельно взятая самка крысы. Репродуктивный синхронизм обеспечивает преимущества всем, если другие самки в группе склонны к сотрудничеству.

С математической точки зрения данные, полученные Макклиток, подтверждают то, о чем вы, вероятно, уже догадываетесь: женщины, если их рассматривать как связанные осцилляторы, синхронизируют друг друга значительно слабее, чем светлячки. Биохимические взаимодействия между ними не всегда приводят их к синхронизму, в отличие от светлячков в Юго-Восточной Азии, которые синхронизируют свои мерцания ночь напролет, 365 дней в году. Неизбежный синхронизм этих светлячков (и клеток-ритмоводителей сердца) напрочь лишен гибкости, и именно по этой причине редко встречается в других биологических системах. Подобно женщинам, большинство осцилляторов достигают синхронизма в одних обстоятельствах и не достигают в других.

Таким образом, модель, рассмотренная нами ранее в этой главе, начинает выглядеть как чересчур упрощенная. Несмотря на то, что она помогла нам понять, почему синхронизм может оказаться неизбежным при определенных условиях, она зашла слишком далеко: она не учитывает всего остального. Уточненная теория связанных осцилляторов должна уметь предсказывать, будет ли синхронизироваться какая-то определенная группа осцилляторов; она должна также указывать нам, какие факторы являются решающими в этом отношении.

Эта теория должна также учитывать весь спектр способов взаимодействия между осцилляторами. Вспомните, что светлячки «подталкивают» друг друга внезапными импульсами — световыми ударами, — но затем игнорируют друг друга в оставшееся время своего цикла, тогда как женщины все время взаимодействуют с осцилляторами друг друга. В природе часто встречаются оба типа связи, но существующая модель учитывает лишь импульсы. Более совершенная модель должна распространяться и на непрерывное взаимодействие.

Кроме того, до сих пор мы предполагали, что все осцилляторы в данной популяции строго идентичны. Однако реальные осцилляторы не могут быть строго идентичны, а это означает, что фактическая длительность цикла у всех них тоже неодинакова. Точно так же, как длительность менструального цикла у одной женщины может составлять 25 дней, а у другой — 35 дней, все другие виды

биологических осцилляторов характеризуются неким статистическим распределением длительностей цикла. Даже электронным и механическим осцилляторам, которые *должны* характеризоваться строго определенной длительностью цикла (номинальное значение которой является одним из важнейших параметров таких осцилляторов), присущ некоторый разброс, что объясняется незначительными погрешностями производства или колебаниями свойств материалов, использовавшихся для их изготовления.

К сожалению, эти нюансы порождают колоссальные математические трудности. Одно дело — желать более реалистичной модели, и другое — создать такую модель, поддающуюся интерпретации. Мы не сможем углубить свои познания, если используемая нами модель окажется такой же сложной, как и явление, которое описывает эта модель. Именно поэтому математическое моделирование является не только наукой, но и искусством: элегантная модель представляет собой идеальный компромисс между простотой и достоверностью. Сегодня мы располагаем прекрасной моделью синхронизма, в которой достигнут именно такой компромисс. Ее создание является результатом коллективного труда, который растянулся на три десятилетия и потребовал усилий трех первопроходцев, первый из которых был одним из самых прозорливых и оригинальных мыслителей XX столетия.



[Почитать описание, рецензии
и купить на сайте](#)

Лучшие цитаты из книг, бесплатные главы и новинки:

