

Нелли Литвак /  
Андрей Райгородский

КОМУ  
*нужна*  
МАТЕМА  
ТИКА?



ПОНЯТНАЯ  
КНИГА О ТОМ,  
КАК УСТРОЕН  
ЦИФРОВОЙ  
МИР

[Почитать описание, рецензии и купить на сайте МИФа](#)

# Оглавление

<b>Введение</b> .....	11
О чем эта книга .....	11
Для кого эта книга .....	12
<b>Глава 1. «Кому-то еще нужна математика?»</b> .....	15
Лучший ответ на вопрос «Кому нужна математика?» .....	18
Математика на каждый день .....	19
Новые теории для современной практики .....	21
Математика неизвестного будущего.....	23
<b>Глава 2. Менеджмент и многогранники</b> .....	25
Компьютерные будни логистики .....	25
Проклятие размерности .....	27
Линейное программирование .....	29
Теория для практики .....	32
От задачи к решению .....	33
Идея симплекс-метода.....	34
Составление расписаний .....	39
Почему целые числа сложнее дробных .....	40
Математика, обогнавшая компьютер .....	41
Расписание движения поездов на голландских железных дорогах .....	43
Что такое оптимальное решение.....	45
<b>Глава 3. Мир нулей и единиц</b> .....	47
Перевод текста в килобайты.....	47
Что такое кодирование.....	49
Коды, исправляющие ошибки .....	52

Шары Хэмминга .....	54
История кодов, исправляющих ошибки .....	58
Можем ли мы закодировать все подряд .....	61
<b>Глава 4. Надежность интернета</b> .....	<b>65</b>
Связанные одной сетью .....	65
Сети и помехи .....	67
Случайные графы .....	71
Результат Эрдеша — Реньи .....	74
Фазовый переход .....	77
Как доказывается результат Эрдеша — Реньи .....	80
Что мы знаем и чего не знаем о надежности интернета .....	81
Интернет в картинках .....	82
<b>Глава 5. Сила выбора из двух</b> .....	<b>85</b>
Очереди, которых мы не видим .....	85
Параллельные серверы .....	87
Какой сервер выбрать? .....	88
Сила выбора из двух .....	90
Кто придумал и обосновал метод выбора из двух .....	92
Где используется метод выбора из двух .....	95
В чем секрет силы выбора из двух .....	96
<b>Глава 6. Секретные числа</b> .....	<b>99</b>
Массовый обмен шифровками .....	99
Ключ к шифру .....	100
Алан Тьюринг и «Энигма» .....	102
Сила абстрактного подхода к шифрованию .....	104
Простые числа .....	107
Открытый обмен ключами .....	109
Зашифровать можно. Расшифровать нельзя! .....	111
Практика шифрования .....	113
100 миллионов долларов за число .....	114

<b>Глава 7. Счетчики с короткой памятью</b> .....	117
Большие данные .....	117
Компьютерная память .....	118
Раз, два, три, четыре, пять... ..	120
Как решается задача подсчета .....	123
HyperLogLog-счетчики .....	124
Четыре виртуальных рукопожатия .....	127
<b>Глава 8. Миллион аукционов в минуту</b> .....	133
Первая страница поисковика .....	133
Стоимость за один клик .....	134
Аукцион — специально для вас! .....	136
Аукцион второй цены .....	137
Результат Викри .....	139
Как распределить несколько рекламных мест .....	142
По ту и другую сторону онлайн-рекламы .....	146
<b>Заключение: ч. т. д.</b> .....	149
<b>Приложения для подготовленного читателя</b> .....	153
Приложения к главе 2 .....	153
Приложения к главе 3 .....	159
Приложения к главе 4 .....	163
Приложение к главе 5 .....	169
Приложения к главе 6 .....	171
Приложение к главе 7 .....	176
Приложение к главе 8 .....	177
<b>Литература</b> .....	181
<b>Благодарности</b> .....	185
<b>Об авторах</b> .....	189

# Введение

## О чем эта книга

В этой книге мы расскажем о некоторых современных приложениях математики. Мы выбрали семь тем, по одной на каждую главу:

- 1) задачи планирования и составление расписаний (глава «Менеджмент и многогранники»);
- 2) кодирование текстов для хранения и передачи в цифровом виде (глава «Мир нулей и единиц»);
- 3) структура соединения серверов каналами связи в интернете (глава «Надежность интернета»);
- 4) балансирование нагрузки в телекоммуникациях (глава «Сила выбора из двух»);
- 5) шифрование конфиденциальных сообщений (глава «Секретные числа»);
- 6) операции подсчета при анализе больших данных (глава «Счетчики с короткой памятью»);
- 7) распределение рекламных мест в поисковых системах, таких как Google и «Яндекс» (глава «Миллион аукционов в минуту»).

Мы ни в коем случае не претендуем на хоть сколько-нибудь полный обзор бесчисленных приложений математики. На это понадобится не одна книга, а целая библиотека! Например, мы вообще не упоминаем о медицинских приложениях, скажем, о создании подвижной трехмерной картинки на экране при компьютерной томографии или

нахождении мутаций в геномах клеток рака. Мы также не касались приложений в высокотехнологичном производстве, например в машиностроении и авиации, и широкого спектра применений в экономике.

Выбранные нами темы объединены одной идеей. Все они связаны с компьютерами и интернетом. Мы хотим на ярких и конкретных примерах показать, что сам по себе компьютер, даже самый мощный, не способен творить ставшие уже столь привычными для нас чудеса: показывать тексты и фотографии, делать сложные расчеты, искать информацию и пересылать данные по всему миру. За всем этим стоит математика; без нее компьютер остался бы просто безжизненным и практически бесполезным устройством.

Конечно, даже эту тему невозможно полностью раскрыть в одной книге. Мы выбрали лишь несколько наиболее близких к теме наших собственных исследований примеров. Если бы эту книгу писали другие авторы, то и темы были бы другими, но не менее впечатляющими.

Мы очень хотим разделить с вами если не наше увлечение, то хотя бы наше восхищение математикой — точной и красивой, древней и всегда современной и, безусловно, невероятно полезной!

## Для кого эта книга

Эта книга написана для широкого круга читателей и не требует специальной подготовки. При этом для наиболее заинтересованных и подготовленных читателей мы добавили, кроме основного текста, дополнительные объяснения и приложения.

**Основной текст.** Основной текст книги не требует абсолютно никакой математической подготовки. Мы постарались писать его так, чтобы он был интересен и понятен каждому

читателю. В каком-то смысле наш рассказ можно сравнить с научно-популярными телевизионными программами.

**Дополнительные объяснения.** Иногда для интересующегося читателя мы объясняем основные идеи чуть более подробно. Этот текст мы приводим во врезках. В основном он не требует математической подготовки. Но при желании его можно пропустить без ущерба для понимания остального содержания главы.

**Приложения\*.** В конце книги мы поместили приложения к каждой главе, где приводим более строгие математические формулировки, включая формулы, теоремы и доказательства (или хотя бы идеи доказательств). Сноски на них ищите в соответствующих главах. Приложения рассчитаны на уровень старшеклассников, увлекающихся математикой.

---

\* Мы включили в книгу приложения для подготовленного читателя, чтобы ее можно было использовать в качестве учебника, например для спецкурса в старших классах или для вводных лекций в вузе.

# Глава 1

## «Кому-то еще нужна математика?»

### Нелли

После долгого перелета и полуторачасового стояния в очереди я наконец предъявляю паспорт и кладу указательный палец на маленький сканер в аэропорту Атланты. Унесенные ветром...

— С какой целью вы приехали в США? — в голосе пограничника нет ни капли интереса.

— Я приехала на конференцию.

— Какую?

— По математике.

Со мной все ясно, пограничник ухмыляется и берется за печать:

— И что, кому-то еще нужна математика?

Нет, вы только подумайте! Он сидит в аэропорту Атланты, где буквально каждые десять минут приземляется самолет, сканирует мой паспорт, компьютер в долю секунды находит мои отпечатки пальцев среди миллионов других отпечатков и сравнивает мой файл с сотнями тоненьких линий на маленьком сканере. Каким образом, хотелось бы знать, было решено, во сколько, куда и какой самолет должен садиться? Как сохранить отпечатки пальцев в компьютере, который хоть и показывает на экране всякие картинки, на самом деле не умеет хранить ничего, кроме нулей и единиц? Как быстро найти нужную запись среди миллионов других? И как компьютер — кучка пластмассы и железа — может решить, совпадают ли две картинки, отфильтровав при этом неизбежные помехи и неточности?



Можно копать и дальше, разбираясь в конструкции самолета (максимальная прочность при минимальном весе), вникать в таинственную систему определения стоимости билетов и так далее и тому подобное. И ничего этого — заметьте, абсолютно ничего! — нельзя было бы сделать без математики. Самолеты, цены, линии на пальцах — все это описано с помощью переменных, функций и уравнений. И для всех этих задач найдены эффективные и точные способы решения. Потому что у компьютера нет глаз, и при этом он должен узнать мой отпечаток пальца быстро и безошибочно. Целая команда математиков могла бы работать всю жизнь, занимаясь исключительно проблемами, связанными с аэропортом Атланты. Я беру свой паспорт и улыбаюсь пограничнику:

— Конечно нужна!

Развивать дискуссию бесполезно. И потом, при всей бессмысленности вопроса не его вина, что он представляет себе математику как бесконечный ряд никому не нужных экзерциций с числами и формулами. И уж конечно, не он один такой.

Недавно я обсуждала эту ситуацию на занятии со студентами-математиками. Вас спрашивают: где вы учитесь? Вы отвечаете: на прикладной математике. Вас спрашивают: и зачем это нужно? В аудитории смущенные понимающие улыбки. Каждый не раз слышал этот вопрос.

Я считаю, что математика должна быть либо красивой, либо полезной. А лучше — как это часто бывает в настоящей науке — и то и другое! Наверное, без специальной подготовки красоту математики понять довольно сложно. Но мне кажется удивительным, что в эпоху цифровых технологий широкой публике так мало известно о невероятной полезности математики. Скептицизм американского пограничника — скорее правило, чем исключение. В этой книге мне хотелось понятно и интересно рассказать именно о пользе математики. Ну и о красоте, конечно, тоже. Надеемся, читатель сможет ее увидеть и оценить.

## Андрей

В моей семье многие имели отношение к математике. Мама с папой, например, познакомились в МИИТе, где мама училась на факультете прикладной математики, а папа — на автоматизации систем управления (так тогда называли программистские факультеты). Папа в свое время учился в знаменитой 2-й школе. А мамин папа, мой дедушка, перед самой войной окончил мехмат МГУ и потом всю жизнь работал над расчетами траекторий космических аппаратов (скажем, тех же первых луноходов) — сначала у Королева в Подлипках, потом у Лавочкина в Химках. Он, пожалуй, и оказал на меня наибольшее влияние. Я тоже учился на мехмате МГУ. Там на мой выбор математики в качестве профессии радикально повлиял мой научный руководитель — Николай Германович Моцевитин.

До мехмата я учился в школе с французским уклоном и любил многие предметы. Меня интересовали языки — в том числе с точки зрения лингвистики. В старших классах я имел возможность сменить школу на школу с математическим уклоном, но сознательно предпочел остаться и доучить французский.

Я не считаю, что математика — это естественная наука, как физика, химия или биология. Это некий вид искусства. Знаменитый математик Эрдеш говорил, что у Бога есть книга, в которой содержатся идеальные математические доказательства, «доказательства из книги». Я тоже думаю, что математика открывает истины, содержащиеся в идеальном мире, и только потому она и имеет приложения, что видит «высшую реальность», проекцией которой служит этот мир. Иными словами, не математику оправдывают ее приложения (она прекрасна сама по себе), они возникают за счет того, что так устроен мир, и математика как раз об этом, об устройстве мира.

Моя наука — комбинаторика — замечательна тем, что делает очень многие формулировки и доказанные сложные результаты понятными даже школьнику, интересующемуся математикой.

Поэтому рассказывать о ней исключительно круто. Однако эта наука богата и задачами, которые при всей простоте своих постановок пока совершенно не поддаются решению. В книге мы рассмотрим некоторые из них: они до сих пор остаются открытыми, несмотря на их актуальность.

## Лучший ответ на вопрос «Кому нужна математика?»

Пожалуй, приз за лучший ответ на вопрос «Кому нужна математика?» можно смело отдать выдающемуся немецкому математику по имени Мартин Гротшел. Не гарантируем точности изложения, но байка, которую рассказывают на конференциях, звучит так:

Как-то раз немецкое правительство решило выделить целевым образом значительные суммы на развитие самых передовых и необходимых областей науки. На заседание государственной комиссии были приглашены физики, химики, биологи — представители всех наук. Гротшел представлял математику. Все ораторы с огромным энтузиазмом рассказывали о необыкновенных достижениях своей науки и том, как без нее мир и Германия рухнут. Естественно, все докладчики выходили за рамки отпущенного времени. Гротшел выступал последним. Заседание уже подходило к концу, чиновники сидели ослобевшие от обрушенного на них потока информации. Гротшел вышел на трибуну и сказал примерно следующее:

— Уважаемые господа! Я не буду утомлять вас длинной речью, а просто приведу пример. Недавно мы получили заказ от большой страховой компании, планирующей создать автосервис для своих клиентов. Идея очень проста: если у клиента в дороге сломалась машина, он может позвонить

по телефону и к нему тут же приедет аварийная служба. Вопрос в том, как правильно организовать такой сервис. В принципе, задачу можно решить довольно просто — например, приставить к каждому клиенту личную аварийную машину с механиком. Тогда клиент в любой момент немедленно получит помощь. Но это очень дорого! Другой вариант — вообще не связываться с аварийным сервисом. Клиенты могут ждать до бесконечности, зато это не будет стоить им ни цента. Так вот. Если вас эти решения не устраивают, то я должен вам сообщить, что для любых других вариантов понадобится математика! Спасибо за внимание.

Нужно ли говорить, что математика получила колоссальные правительственные субсидии. Результаты этих инвестиций во всех областях, от транспорта до медицины, абсолютно потрясающие!

Кстати, среди студентов Нелли приз за лучший ответ получила Клара, которая сказала, что без математики невозможно было бы составить расписание поездов и они все время сталкивались бы друг с другом. О расписаниях поездов мы подробнее расскажем в главе 2, а пока немножко поговорим о том, чем занимаются профессиональные математики, от выпускников вуза в компаниях до ведущих ученых-теоретиков.

## Математика на каждый день

На выпускников с дипломом математика в Европе большой спрос. Даже средненькие студенты легко находят работу. Причем они далеко не всегда становятся программистами, даже если их компания и производит программное обеспечение. Оптимальный красивый код — это задача инженеров-программистов. Задача математиков — придумать методы решения проблемы.

Сфера деятельности математиков очень широкая: логистика, планирование, высокотехнологичное производство, биомедицинские технологии, финансы.

Бывший коллега Нелли защитил диссертацию по финансовой математике, а потом пошел работать в компанию. «Мы управляем активами пенсионных фондов на рынке ценных бумаг. Многие думают, что это занятие типа купи-продай. А я тут сижу и целыми днями решаю дифференциальные уравнения. И ребята, которые торгуют, сидят тут же, в трех метрах от меня. Вот сейчас досчитаю и скажу им, что покупать».

Среди ученых-математиков есть те, кто напрямую работает с приложениями. Мор Харкол-Балтер из университета Карнеги — Меллон говорит, что все ее исследования основаны на приложениях. Например, в 2011 году она сотрудничала с «Фейсбуком». По оценкам Мор, «Фейсбук» задействовал свои включенные серверы не более чем наполовину, а остальное время они простаивали. Включенный и незадействованный сервер тратит примерно две трети энергии работающего сервера. Но компании боятся выключать серверы, потому что чем их больше, тем быстрее они справляются с запросами пользователей. При этом на включение сервера уйдет 4–5 минут, а «Фейсбук» хочет выполнять запрос за полсекунды! Однако Мор не сомневалась, что серверы можно спокойно отключать. Из математической теории — *теории массового обслуживания* — ясно следовало, что если серверов много (а у «Фейсбука» их очень много!), то время, затраченное на включение, не оказывает никакого влияния. Мор и ее ученики разработали метод, при котором серверы включались и выключались без какого-либо ущерба для пользователей. «Фейсбук» последовал рекомендациям и, по утверждению компании, теперь экономит 10–15 % энергии.

Профессора университета Твенте Ричард Бушери и Эрвин Ханс и их ученики занимаются логистикой здравоохране-



[Почитать описание, рецензии  
и купить на сайте](#)

Лучшие цитаты из книг, бесплатные главы и новинки:

